

Приложение 2 к рабочей программе
общеобразовательной учебной дисциплины
«Математика»

ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОЛЖСКИЙ ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ, ПЕДАГОГИКИ И ПРАВА»

Волжский социально-педагогический колледж

**Фонд оценочных средств
по общеобразовательной учебной дисциплине
«Математика»
(ред. от 23.05.2023)**

Специальность:

44.02.01 Дошкольное образование

Уровень образования:

среднее профессиональное образование

Квалификация выпускника

Воспитатель детей дошкольного возраста

Содержание

1	Перечень компетенций, которыми должны овладеть обучающиеся в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания	3
2	Типовые контрольные задания, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих формирование компетенций в процессе освоения образовательной программы.....	22
2.1	Типовые контрольные задания, используемые для проведения входного контроля	22
2.2	Типовые контрольные задания, используемые для текущего контроля по общеобразовательной учебной дисциплине	24
2.2.1	Методические материалы, используемые для текущего контроля знаний по общеобразовательной учебной дисциплине	24
2.2.2	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение	25
2.2.3	Задания для самостоятельной работы.....	25
2.2.4	Тесты по общеобразовательной учебной дисциплине.....	33
2.2.5	Типовые задания	36
2.2.6	Задания для контрольной работы.....	38
2.3	Типовые контрольные задания, используемые для промежуточной аттестации по общеобразовательной учебной дисциплине	45
2.3.1	Примерный перечень вопросов к дифференцированному зачету по общеобразовательной учебной дисциплине	45
2.3.2	Примерное задание на дифференцированный зачет по общеобразовательной учебной дисциплине	46
2.3.3	Примерный экзаменационный билет по общеобразовательной учебной дисциплине	48

1 Перечень результатов освоения общеобразовательной дисциплины, описание показателей, критериев оценивания, описание шкал оценивания

Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
<p>Личностные результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины: сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире; сформированность основ саморазвития и самовоспитания в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества; готовность и</p>	<p>- знает значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе; значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии; универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности; вероятностный характер различных процессов окружающего мира.;</p>	<p>- имеет базовые знания значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе; значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии; универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности; вероятностный характер различных процессов окружающего мира.; - умеет по инструкции преподавателя Алгебра выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные</p>	<p>удовлетворительно</p>

Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
<p>способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности; навыки сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности; готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной</p>	<p>- умеет Алгебра выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах; проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции; вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:</p>	<p>устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах; проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции; вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства; понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету. Функции и графики определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; строить графики изученных функций; описывать по графику и в простейших случаях по</p>	

Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
<p>деятельности; осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем; сформированность экологического мышления, понимания влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды; приобретение опыта эколого-направленной деятельности; Метапредметные</p>	<p>практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства; понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету. Функции и графики определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; строить графики изученных функций; описывать по графику и в простейших случаях по формуле*(31) поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения; решать уравнения, простейшие</p>	<p>формуле*(31) поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения; решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков; понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету. Начала математического анализа вычислять производные и первообразные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа; вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной;</p>	

Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
<p>результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины: умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях; умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников</p>	<p>системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков; понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету. Начала математического анализа вычислять производные и первообразные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием</p>	<p>использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: - решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения; понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету. Уравнения и неравенства решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы; составлять уравнения и неравенства по условию задачи; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод; изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: построения и исследования простейших математических моделей; понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и</p>	

Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
<p>деятельности, эффективно разрешать конфликты; владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания; готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, владение навыками получения необходимой информации из словарей разных типов,</p>	<p>аппарата математического анализа; вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:</p> <ul style="list-style-type: none"> - решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, нахождение скорости и ускорения; <p>понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.</p> <p>Уравнения и неравенства решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;</p>	<p>профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.</p> <p>Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей</p> <p>решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;</p> <p>вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;</p> <p>использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:</p> <ul style="list-style-type: none"> анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; анализа информации статистического характера; <p>понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.</p> <p>Геометрия</p> <p>распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;</p> <p>описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;</p> <p>анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;</p>	

Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
<p>умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников; умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее - ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности; владение навыками</p>	<p>составлять уравнения и неравенства по условию задачи; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод; изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: построения и исследования простейших математических моделей; понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;</p>	<p>изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач; строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды; решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы; проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур; вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства; понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.</p> <p>- <i>знает</i> значение математической науки для решения</p>	<p>хорошо</p>

Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
<p>познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения. Предметные результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины: сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира; сформированность</p>	<p>вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:</p> <p>анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;</p> <p>анализа информации статистического характера; понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.</p> <p>Геометрия</p> <p>распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;</p> <p>описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом</p>	<p>задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;</p> <p>значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;</p> <p>универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;</p> <p>вероятностный характер различных процессов окружающего мира.;</p> <p>- <i>умеет</i> на основе типовых примеров</p> <p>Алгебра</p> <p>выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств;</p> <p>находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;</p> <p>проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и</p>	

Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
<p>представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий; владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных,</p>	<p>расположении; анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве; изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач; строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды; решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы; проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: исследования (моделирования) несложных практических</p>	<p>тригонометрические функции; вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства; понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету. Функции и графики определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; строить графики изученных функций; описывать по графику и в простейших случаях по формуле*(31) поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения; решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их</p>	

Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
<p>тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств; сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа; владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические</p>	<p>ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур; вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства; понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.</p>	<p>графиков; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:</p> <p>описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;</p> <p>понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.</p> <p>Начала математического анализа</p> <p>вычислять производные и первообразные элементарных функций, используя справочные материалы;</p> <p>исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа;</p> <p>вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной;</p> <p>использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:</p> <p>- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на</p>	

Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
<p>фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;</p> <p>сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;</p> <p>владение навыками</p>		<p>наибольшие и наименьшие значения, нахождение скорости и ускорения;</p> <p>понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.</p> <p>Уравнения и неравенства</p> <p>решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы; составлять уравнения и неравенства по условию задачи;</p> <p>использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод; изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:</p> <p>построения и исследования простейших математических моделей; понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.</p> <p>Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей</p> <p>решать простейшие комбинаторные задачи</p>	

Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
использования готовых компьютерных программ при решении задач;		<p>методом перебора, а также с использованием известных формул;</p> <p>вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;</p> <p>использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:</p> <p>анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;</p> <p>анализа информации статистического характера;</p> <p>понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.</p> <p>Геометрия</p> <p>распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;</p> <p>описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;</p> <p>анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;</p> <p>изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;</p> <p>строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;</p> <p>решать планиметрические и простейшие</p>	

Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
		<p>стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);</p> <p>использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;</p> <p>проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;</p> <p>использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:</p> <p>исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;</p> <p>вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства;</p> <p>понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.</p>	
		<p>- знает</p> <p>значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;</p>	<p>отлично</p>

Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
		<p>значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;</p> <p>универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;</p> <p>вероятностный характер различных процессов окружающего мира.;</p> <p>- <i>умеет</i> самостоятельно</p> <p>Алгебра</p> <p>выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств;</p> <p>находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;</p> <p>проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;</p> <p>вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;</p> <p>использовать приобретенные знания и умения в</p>	

Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
		<p>практической деятельности и повседневной жизни для:</p> <p>практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;</p> <p>понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.</p> <p>Функции и графики</p> <p>определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;</p> <p>строить графики изученных функций;</p> <p>описывать по графику и в простейших случаях по формуле*(31) поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;</p> <p>решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков;</p> <p>использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:</p> <p>описания с помощью функций различных</p>	

Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
		<p>зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;</p> <p>понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.</p> <p>Начала математического анализа</p> <p>вычислять производные и первообразные элементарных функций, используя справочные материалы;</p> <p>исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа;</p> <p>вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной;</p> <p>использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:</p> <ul style="list-style-type: none"> - решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения; <p>понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по</p>	

Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
		<p>данному учебному предмету.</p> <p>Уравнения и неравенства решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы; составлять уравнения и неравенства по условию задачи;</p> <p>использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод; изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:</p> <p>построения и исследования простейших математических моделей; понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.</p> <p>Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей</p> <p>решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;</p> <p>вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;</p> <p>использовать приобретенные знания и умения в</p>	

Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
		<p>практической деятельности и повседневной жизни для:</p> <ul style="list-style-type: none"> анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; анализа информации статистического характера; понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету. <p>Геометрия</p> <ul style="list-style-type: none"> распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями; описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении; анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве; изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач; строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды; решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы; 	

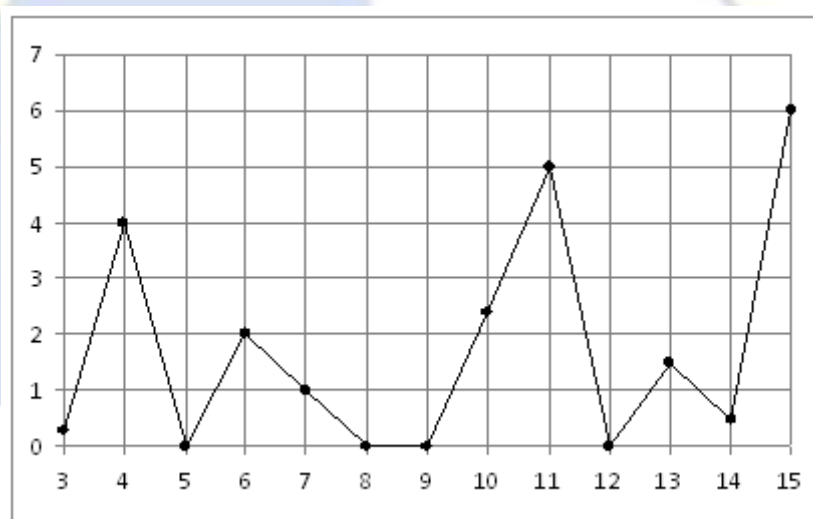
Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Показатели оценивания результата освоения	Критерии оценивания результатов освоения	Шкала оценивания
		<p>проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;</p> <p>использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:</p> <p>исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;</p> <p>вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства;</p> <p>понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.</p>	

2 Типовые контрольные задания, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих формирование компетенций в процессе освоения образовательной программы

2.1 Типовые контрольные задания, используемые для проведения входного контроля

1. В летнем лагере 172 ребенка и 24 воспитателя. В автобус помещается не более 30 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевезти всех из лагеря в город?

2. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало более 3 миллиметров осадков.

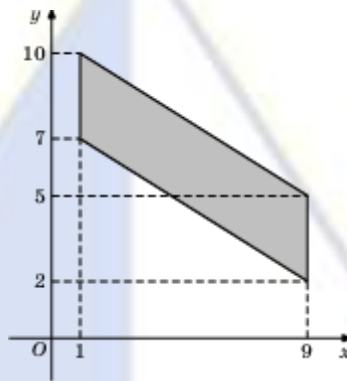


3. Найдите значение выражения $\frac{ab}{c}$ при $a = 0,8$; $b = 1,5$; $c = 0,84$.

4. Для транспортировки 3 тонн груза на 50 км можно воспользоваться услугами одной из трех фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъемность автомобилей для каждого перевозчика указана в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую перевозку?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 10 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	110	2,2
Б	140	2,8
В	160	3,2

5. Найдите площадь параллелограмма, вершины которого имеют координаты (1;7), (9;2), (9;5), (1;10).

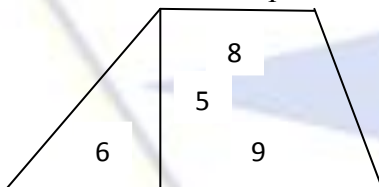


6. В прямоугольном треугольнике один из катетов равен 10, а угол, лежащий напротив него, равен 30° . Найдите площадь треугольника.

7. Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 40 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 21:00 того же дня. Определите (в км/ч) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч

1 вариант

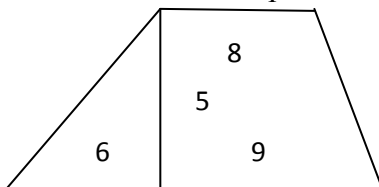
- 1) В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине C равен 123° . Найдите величину угла BAC.
- 2) Найдите длину хорды окружности радиусом 13, если расстояние от центра окружности до хорды равно 5
- 3) Найдите площадь трапеции изображенной на рисунке



- 4) В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.
- 5) В параллелограмме ABCD точка E — середина стороны AB. Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник

2 вариант

- 1) В равнобедренном треугольнике KMP с основанием KP внешний угол при вершине P равен 117° . Найдите величину угла MKP.
- 2) Найдите длину хорды окружности радиусом 10, если расстояние от центра окружности до хорды равно 7
- 3) Найдите площадь трапеции изображенной на рисунке



- 4) В прямоугольном треугольнике CDE с прямым углом D известны катеты: $DC = 7$, $DE = 10$. Найдите медиану CF этого треугольника.
- 5) В параллелограмме KMPF точка N — середина стороны KM. Известно, что $NP = NF$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник

2.2 Типовые контрольные задания, используемые для текущего контроля по общеобразовательной учебной дисциплине

2.2.1 Методические материалы, используемые для текущего контроля знаний по общеобразовательной учебной дисциплине

Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
Контрольный опрос	Контрольный опрос – это метод оценки уровня освоения компетенций, основанный на непосредственном (беседа, интервью) или опосредованном (анкета) взаимодействии преподавателя и студента. Источником контроля знаний в данном случае служит словесное или письменное суждение студента	Примерный перечень вопросов к зачету и экзамену Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение Задания для самостоятельной работы
Тестовые задания	Тестирование - удовлетворяющая критериям исследования эмпирико-аналитическая процедура оценки уровня освоения компетенций студентами	Тесты по дисциплине
Самостоятельное решение задач	Метод, при котором обучающиеся приобретают навыки творческого мышления, самостоятельного решения проблем теории и практики.	Типовые задания
Контрольная работа	Эффективный метод проверки знаний обучающихся, полученных ими на определённом этапе. Основная задача контрольных работ - выявить, какие изученные темы вызывают затруднения и в последствие искоренить недостатки	Задания для контрольной работы
Лекция-беседа	Диалогический метод изложения и усвоения учебного материала. Лекция-беседа позволяет с помощью системы вопросов, умелой их постановки и искусного поддержания диалога воздействовать как на сознание, так и на подсознание обучающихся, научить их самокоррекции	Методика проведения лекции-беседы

2.2.2 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение

Тема 1 Параллельность прямых и плоскостей

Параллельность прямых, прямой и плоскости. Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми. Параллельность плоскостей. Свойства параллельных плоскостей. Тетраэдр. Параллелепипед. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур.

Тема 2 Понятие многогранника. Призма.

Понятие многогранника. Призма. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Площадь поверхности призмы

Тема 3 Конус

Понятие конуса. Сечение конуса плоскостью. Площадь поверхности конуса.

Тема 4 Векторы в пространстве.

Понятие вектора в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число.

Тема 5 Корни и степени. Степенная функция.

Арифметический корень натуральной степени. Степенная функция, ее свойства и график. Взаимно обратные функции.

Тема 6 Показательная и логарифмическая функция

Показательная функция, её свойства и график.

Тема 7 Основы тригонометрии

Определение синуса, косинуса, тангенса угла. Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла.

2.2.3 Задания для самостоятельной работы

Тема 1 Параллельность прямых и плоскостей

Решение типовых задач

ВАРИАНТ 1

Дан треугольник ABC , $E \in AB$, $K \in BC$, $BE : EA = BK : KC = 2 : 5$. Через прямую AC проходит плоскость α , не совпадающая с плоскостью треугольника ABC .

- Докажите, что $EK \parallel \alpha$.
- Найдите длину отрезка AC , если $EK = 4$ см

ВАРИАНТ 2

Дан треугольник ABC , $M \in AB$, $K \in BC$, $BM : MA = 3 : 4$. Через прямую MK проходит плоскость α , параллельная прямой AC .

- Докажите, что $BC : CK = 7 : 3$.
- Найдите длину отрезка MK , если $AC = 14$ см.

Тема 2 Перпендикулярность прямых и плоскостей

Решение типовых задач

Вариант 1

1. Прямая AB перпендикулярна плоскости α , M и K – произвольные точки плоскости α . Докажите, что AB перпендикулярна прямой MK .

2. Треугольник ABC правильный, точка O – его центр. Прямая OM перпендикулярна к плоскости ABC .

- Докажите, что $MA = MB = MC$.
- Найдите MA , если $AB = 6$ см, $MO = 2$ см.

Вариант 2

1. Прямая MA перпендикулярна к плоскости треугольника ABC . Докажите, что MA перпендикулярна прямой BC .

2. Четырёхугольник $ABCD$ – квадрат, точка O – его центр. Прямая OM перпендикулярна к плоскости квадрата.

- а) Докажите, что $MA = MB = MC = MD$.
- б) Найдите MA , если $AB = 4$ см, $OM = 1$ см

ВАРИАНТ 1

Из точки M проведён перпендикуляр MB , равный 4 см, к плоскости прямоугольника $ABCD$. Наклонные MA и MC образуют с плоскостью прямоугольника углы 45 и 30 соответственно.

- а) Докажите, что треугольники MAD и MCD прямоугольные.
- б) Найдите стороны прямоугольника.
- в) Докажите, что треугольник BDC является проекцией треугольника MDC на плоскость прямоугольника, и найдите его площадь.

ВАРИАНТ 2

Из точки M проведён перпендикуляр MD , равный 6 см, к плоскости квадрата $ABCD$. Наклонная MB образует с плоскостью квадрата угол 60.

- а) Докажите, что треугольники MAB и MCB прямоугольные.
- б) Найдите сторону квадрата.
- в) Докажите, что треугольник ABD является проекцией треугольника MAB на плоскость квадрата, и найдите его площадь.

Тема 3 Геометрические преобразования пространства

Написание реферата

Геометрические преобразования пространства

Тема 4 Понятие многогранника. Призма.

Решение типовых задач

ВАРИАНТ 1

Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна a , диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 45. Найдите:

- а) диагональ призмы;
- б) угол между диагональю призмы и плоскостью боковой грани;
- в) площадь боковой поверхности призмы;
- г) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и противоположную сторону верхнего основания.

ВАРИАНТ 2

Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна a и образует с плоскостью боковой грани угол 30. Найдите:

- а) сторону основания призмы;
- б) угол между диагональю призмы и плоскостью основания;
- в) площадь боковой поверхности призмы;
- г) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через диагональ основания параллельно диагонали призмы.

Тема 5 Пирамида

Решение типовых задач

1. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 2 см, а высота пирамиды

4см. Найти угол наклона боковых ребер к плоскости основания.

2. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 4см, а длина диагонали основания - $6\sqrt{2}$ см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

Тема 6 Правильные многогранники

Решение типовых задач

1. Является ли правильным многогранником четырехугольная пирамида, все ребра которой равны?

2. Докажите, что параллелепипед, у которого три грани, имеющие общую вершину - квадраты, является правильным многогранником. Как называется такой многогранник?

3. Найдите угол между двумя диагоналями граней куба, имеющими общий конец.

4. В кубе из одной вершины D проведены диагонали граней DA, DB, DC и концы их соединены отрезками. Докажите, что многогранник DABC –правильный тетраэдр.

5. Найдите площадь полной поверхности куба, правильного тетраэдра с ребром а.

Тема 7 Цилиндр

Решение типовых задач

ВАРИАНТ 1

1. Развёртка боковой поверхности цилиндра является квадратом, диагональ которого

равна 10 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

2. Плоскость, параллельная оси цилиндра, отсекает от окружности основания дугу в 120° .

Высота цилиндра равна 5 см, радиус цилиндра $2\sqrt{3}$ см. Найдите площадь сечения.

ВАРИАНТ 2

1. Развёртка боковой поверхности цилиндра является прямоугольником, диагональ которого равна 8 см., а угол между диагоналями 30° . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

2. Сечение цилиндра плоскостью, параллельной его оси, есть квадрат. Эта плоскость

отсекает от окружности основания дугу в 90° . Радиус цилиндра равен 4 см. Найдите площадь сечения

Тема 8 Конус

Решение типовых задач

1. Площадь боковой поверхности конуса равна 48π , а площадь основания равна 36π . Найдите длину образующей конуса

2. Площадь боковой поверхности конуса равна 48π , а площадь боковой поверхности усеченного конуса с такими же основанием и углом наклона образующей к плоскости основания равна 36π . Найдите высоту усеченного конуса, если высота исходного конуса равна 10.

3. Высота конуса равна 12, образующая равна 14. Найдите его объем.

4. Конус получается при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника вокруг катета, равного 6. Найдите его объем

5. Длина окружности основания конуса равна 5, образующая равна 8. Найдите площадь боковой поверхности конуса

6. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую увеличить в 9 раз

Тема 9 Сфера, шар.

Решение типовых задач

1. Напишите уравнение сферы с центром A , проходящей через точку N , если $A(-2; 2; 0)$, $N(5; 0; -1)$; $A(-2; 2; 0)$, $N(0; 0; 0)$; $A(0; 0; 0)$, $N(5; 3; 1)$
2. Все стороны ромба, диагонали которого равны 15 см и 20 см, касаются сферы радиуса 10 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости ромба.
3. Напишите уравнение сферы радиуса R с центром A , если $A(2; -4; 7)$, $R = 3$; $A(0; 0; 0)$, $R = \sqrt{2}$; $A(2; 0; 0)$, $R = 4$.
4. Через точку, делящую радиус сферы пополам, проведена секущая плоскость, перпендикулярная к этому радиусу. Радиус сферы равен R . Найдите радиус полученного сечения; площадь боковой поверхности конуса, вершиной которого является центр сферы, а основанием полученное сечение
5. Радиус сферы равен 112 см. Точка, лежащая на плоскости, касательной к сфере, удалена от точки касания на 15 см. Найдите расстояние от этой точки до ближайшей к ней точки сферы.
6. Вершины прямоугольника лежат на сфере радиуса 10 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости прямоугольника, если его диагональ равна 16 см

Тема 10 Объёмы тел

Решение типовых задач

1. Три латунных куба с ребрами 3 см, 4 см и 5 см переплавлены в один куб. Какое ребро у этого куба?
2. Измерения прямоугольного параллелепипеда 15м, 50м и 36м. Найдите ребро равновеликого ему куба.
3. Требуется установить резервуар для воды емкостью 10 м^3 на площадке размером 2,5м x 1,75м, служащей для него дном. Найдите высоту резервуара.
4. Кирпич размером 25x12x6,5 имеет массу 3,51кг. Найдите его плотность.
5. Основание прямого параллелепипеда - ромб, площадь которого 1 м^2 . Площадь диагональных сечений 3 м^2 и 6 м^2 . Найдите объем параллелепипеда.
6. Диагональ правильной четырехугольной призмы равна 3,5 см, а диагональ боковой грани 2,5 см.

Тема 11 Векторы в пространстве

Решение типовых задач

1. Даны координаты точек $A(-3; 2; -1)$, $B(2; -1; -3)$, $C(1; -4; 3)$, $D(-1; 2; -2)$. Найдите $|2\vec{AB} + 3\vec{CD}|$
2. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром m . Точка K – середина ребра $B_1 C_1$. Разложить вектор \vec{AK} по векторам $\vec{a} = \vec{AB}$, $\vec{b} = \vec{AD}$, $\vec{c} = \vec{AA_1}$ и найти его длину.
- 3.

Тема 12 Метод координат в пространстве

Решение типовых задач

1. Найти угол между двумя прямыми, если известны координаты направляющих векторов этих прямых.

2. Найти угол между прямой и плоскостью, если известны координаты направляющего

вектора прямой и координаты ненулевого вектора, перпендикулярного к плоскости.

Тема 13 Развитие понятия о числе

Решение типовых задач

1. Найти приближенные значения по недостатку и по избытку с точностью до 0,01 для чисел:

а) $\sqrt{5}$; б) $2 + \sqrt{5}$; в) $\frac{7}{22}$.

2. Вычислить: 1) $\frac{\sqrt[3]{9} \cdot 3^{\frac{3}{5}}}{15^0 \cdot 27^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{-\frac{1}{5}}}$; 2) $\left(\sqrt[3]{2\sqrt{16}}\right)^2$.

3. Известно, что $12^x = 3$. Найти 12^{2x-1} .

4. Выполнить действия ($a > 0, b > 0$): 1) $a^{4+\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{a^{\sqrt{5}-1}}\right)^{\sqrt{5}+1}$; 2) $\frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a}} - \sqrt[3]{b}$.

5. Сравнить числа: 1) $\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{5}{7}}$ и $\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{5}{7}}$; 2) $(4,2)^{\sqrt{7}}$ и $\left(4\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{7}}$.

Тема 14 Корни и степени. Степенная функция.

Решение типовых задач

Вариант 1

1. Вычислите $\sqrt[4]{(-3)^2} \cdot 2 \cdot \sqrt[4]{8 \cdot 9}$.

2. Упростите для отрицательного a выражение $\sqrt[3]{-64\sqrt{a^{18}}}$.

3. Найдите значение выражения $\sqrt{43 - 30\sqrt{2}} + \sqrt{43 + 30\sqrt{2}}$.

4. Вычислите значение выражения $16^{-\frac{5}{4}} - (0,01)^{-\frac{1}{2}} + 12 \cdot (7^0)^3 - 16 \cdot 2^{-5} \cdot 64^{-\frac{2}{3}}$.

Вариант 2

1. Вычислите $\frac{\sqrt[3]{9\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{27}}{\sqrt{27} \cdot \sqrt[3]{9}}$.

2. Упростите для отрицательного a выражение $\sqrt[3]{54a^{\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt[3]{24a^{\frac{2}{3}}}$.

3. Упростите выражение: $\frac{a^{\frac{2}{3}} - 16}{a^{\frac{1}{3}} - 4} - a^{\frac{1}{3}}$.

4. Найдите значение выражения $\sqrt{18 - 2\sqrt{17}} \cdot \sqrt{18 + 2\sqrt{17}}$.

Тема 15 Показательная и логарифмическая функция

Решение типовых задач

Вариант 1.

1. Решите уравнение:

а) $6^{2x-4} = 1$; б) $5 \cdot 2^x = 160$; в) $2^x + 2^{x+3} = 36$.

2. Решите уравнение: $5^{2x} - 4 \cdot 5^x - 5 = 0$.

3. Решите неравенство: $(0,5)^{x^2-2} \geq 0,25$.

4. Решите уравнение: $3 \cdot 10^x - 5 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x = 0$.

5. Решите неравенство: $(0,25)^x - (0,5)^x - 2 < 0$.

Вариант 2

1. Решите уравнение:

а) $6^{2x+7} = 6$; б) $7 \cdot 5^x = 175$; в) $3^{x-1} + 3^{x+2} = 84$.

2. Решите уравнение: $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$.

3. Решите неравенство: $(0,3)^{x^2-7} \geq 0,09$.

4. Решите уравнение: $3 \cdot 9^x - 5 \cdot 6^x + 2 \cdot 4^x = 0$

5. Решите неравенство: $(0,25)^x - (0,5)^x - 2 < 0$.

Тема 16 Основы тригонометрии

Решение типовых задач

Вариант 1

1. Упростите выражение $7\cos^2 a - 5 + 7\sin^2 a$.

2. Найдите значения выражения $\cos^2 a - \sin^2 a$, если $\operatorname{tg} a = 2$.

3. Вычислите: $\frac{6\sin 15^\circ \cos 15^\circ}{2\cos^2 15^\circ - 1}$.

4. Упростите выражение $\frac{\cos^4 2\alpha - \sin^4 2\alpha}{\cos 4\alpha} - (\cos 2\alpha - \sin 2\alpha)^2$.

5. Упростите выражение $6\cos^2 a - 5 - 3\cos 2a$.

Вариант 2

1. Упростите выражение $\cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$.

2. Упростите выражение $\frac{2}{1 - \sin^2 x}$, если $\operatorname{tg} x = 4$.

3. Упростите выражение $3\cos^2 \alpha + \frac{3}{\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1} - 22,4$.

4. Упростите выражение $\frac{1 - \sin^4 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot (1 + \sin^2 \alpha)}$.

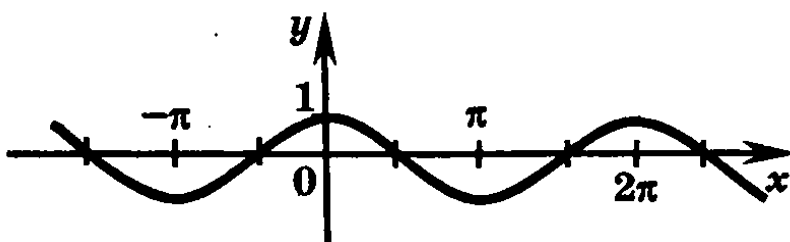
5. Упростите выражение $\cos x + \operatorname{tg} x \cdot \sin x$.

Тема 17 Функции, их свойства и графики

Решение типовых задач

$$\frac{38\pi}{3}$$

1. Значение $\sin \frac{38\pi}{3}$ равно:
2. Найдите множество значений функции: $y = 1 + 2 \cos 3x$
3. Период функции $y = \sin \frac{x}{2}$ равен:
4. Укажите область определения функции $y = 6 + 5 \cos x$.
5. График какой функции изображён на рисунке?



6. Найдите координаты всех точек пересечения графика функции $y = \operatorname{ctg} x$ с осью абсцисс..
7. Укажите наименьшее значение функции $y = -\sin x - 6$
8. Найдите ординату точки пересечения графика функции $y = 5 - 2 \sin x$ с осью ординат.

Тема 18 Производная

Найти производные функций:

$$y = 2x - 3$$

$$y = \sqrt{x-2}$$

$$y = 3x^4 - 7x^3 + 2x^2 + \pi$$

$$y = \sin(3-2x)$$

$$y = (2x+1)^2$$

$$y = 3 \operatorname{tg} x + 2$$

$$y = \cos 5x$$

$$y = \sqrt{x} - 16x$$

$$y = 1 + \cos x$$

$$y = \operatorname{ctg}(3x-2)$$

$$y = \sin x + \cos x$$

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$$

Тема 19 Первообразная и интеграл

Решение типовых задач

Найдите общий вид первообразных для функций

а) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$; б) $f(x) = 3x^2 + 1$.

2. Вычислите интеграл: а) $\int_{-1}^2 2x^3 dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$.

б) $y = 4 - x^2$ и $y = x + 2$.

Вариант - 2

1. Найдите общий вид первообразных для функций

а) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4x+3}}$; б) $f(x) = 4x^3 + 3$.

2. Вычислите интеграл: а) $\int_0^2 10x^4 dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2 + 2$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$.

б) $y = 4 - x^2$ и $y = 2 - x$.

Тема 20 Элементы комбинаторики

1. Представьте степень двучлена в виде многочлена, используя бином Ньютона и треугольник Паскаля:

а) $(x+y)^6$

б) $(1-2a)^4$

2. Найти значение выражения $(C_{14}^9 + C_{14}^{10}) : C_{15}^{10}$

Тема 21 Элементы теории вероятностей

Решение типовых задач

1. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и поэтому набирает её наугад. Определить вероятность того, что ему придётся звонить не более чем в 3 места.

2. Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 30. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры.

3. Шесть шаров случайным образом раскладывают в три ящика. Найти вероятность того, что во всех ящиках окажется разное число шаров, при условии, что все ящики не пустые.

4. На шахматную доску случайным образом поставлены две ладьи. Какова вероятность, что они не будут бить одна другую?

Тема 22 Элементы математической статистики

Решение типовых задач

1. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, 9 при условии, что ни одна цифра в числе не повторяется?

2. Сколько существует вариантов распределения трех призовых мест, если в розыгрыше участвуют 7 команд?

3. Сколькими способами можно выбрать двух студентов на конференцию, если в группе 33 человека?

4. Решить уравнения

а) $A_x^3 + C_x^{x-2} = 14x$. б) $C_x^5 = C_x^7$.

5. Сколько четырехзначных чисел, делящихся на 5, можно составить из цифр 0, 1, 2, 5, 7, если каждое число не должно содержать одинаковых цифр?

6. Из группы в 15 человек должны быть выделены бригадир и 4 члена бригады. Сколькими способами это можно сделать?

7. Буквы азбуки Морзе состоят из символов (точек и тире). Сколько букв можно изобразить, если потребовать, чтобы каждая буква содержала не более пяти символов?

8. Сколькими способами можно составить четырехцветные ленты из семи лент различных цветов.

9. Сколькими способами можно выбрать четырех лиц на четыре различные должности из девяти кандидатов?

10. Сколькими способами можно выбрать 3 из 6 открыток?

11. Перед выпуском группа учащихся в 30 человек обменялась фотокарточками. Сколько всего было роздано фотокарточек.

2.2.4 Тесты по общеобразовательной учебной дисциплине

1. Назовите общую прямую плоскостей PBM и MAV.

а) PM; б) AV; в) BV; г) VM.

2. Через вершины параллелограмма, лежащего в одной из двух параллельных плоскостей, проведены параллельные прямые, пересекающие вторую плоскость в точках $\hat{A}_1, \hat{A}_1, \tilde{N}_1, \hat{A}_1$. Тогда $\hat{A}_1 \hat{A}_1 \tilde{N}_1 \hat{A}_1$ представляет собой:

а) трапецию; б) ромб; в) параллелограмм; г) прямоугольник.

3. Назовите общую прямую плоскостей AFD и DEF.

а) AF; б) FD; в) AE; г) ED.

4. Через концы отрезка AB, не пересекающего плоскость α и точку C – его середину, проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках $\hat{A}_1, \hat{A}_1, \tilde{N}_1$ соответственно. Найдите $\tilde{N}_1 \tilde{N}_1$, если $\hat{A}_1 \hat{A}_1 = 12$, $\hat{A}_1 \hat{A}_1 = 6$.

а) 6; б) 9; в) $6\sqrt{2}$; г) другой ответ.

5. Две скрещивающиеся прямые взаимно перпендикулярны. Чему равен угол между ними:

а) 90° ; б) 0° ; в) 180° ; г) нельзя определить.

6. Прямая перпендикулярна к двум различным плоскостям, тогда плоскости:

а) пересекаются; б) скрещиваются; в) параллельны; г) нельзя определить;

7. Прямая m перпендикулярна к прямым a и b, лежащим в плоскости α , но m не перпендикулярна плоскости α . Тогда прямые a и b:

а) параллельны; б) пересекаются; в) скрещиваются; г) нельзя определить;

8. Две прямые a и b параллельны, а прямые b и c перпендикулярны. Чему равен угол между a и c:

а) 0° ; б) 180° ; в) 90° ; г) нельзя определить.

9. Две различные плоскости перпендикулярны к некоторой прямой. Тогда эти плоскости:

а) перпендикулярны; б) параллельны; в) скрещиваются; г) нельзя определить;

10. Какое утверждение неверно:

а) перпендикуляр и наклонная, выходящие из одной точки имеют разные длины;

б) равные наклонные, проведенные из одной точки, имеют равные проекции;

в) Из двух наклонных проведенных из одной точки больше та проекция, которой больше;

г) Любая наклонная не больше своей проекции;

10. Вычислите: $\sqrt[3]{-0,3} \cdot \sqrt[3]{-0,09}$

1) 0,027; 2) 0,03; 3) -0,3; 4) 0,3.

11. Упростите выражение: $1,4 a^{\frac{1}{7}} : 2 a^{\frac{5}{7}}$

1) $0,7 a^{-1}$; 2) $2,8 a^{\frac{5}{7}}$; 3) $0,7 a^{\frac{1}{5}}$; 4) $7 a^{\frac{1}{5}}$.

12. Найдите область определения функции $y = 10^{\sqrt{x-3}}$

1) $(-\infty; +\infty)$; 2) $[3; +\infty)$; 3) $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$; 4) $(3; +\infty)$.

13. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[24]{2^{35}}}{\sqrt{2}}$

- 1) $\sqrt[24]{2^{35}}$; 2) 2; 3) $\sqrt{2}$; 4) $\sqrt[22]{2^{35}}$.

14. Преобразуйте выражение $\frac{y^{\frac{6}{7}} \cdot \left(y^{-\frac{1}{2}}\right)^2}{\left(\frac{4}{y^7}\right)^{-3}}$ к виду $\sqrt[n]{y^m}$

- 1) $\sqrt[3]{y^{17}}$; 2) $\sqrt[3]{y^{-11}}$; 3) $\sqrt[3]{y^{11}}$; 4) $\sqrt[3]{y^{-13}}$.

15. Укажите наименьшее целое число, входящее во множество значений функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 3$

- 1) -2; 2) -3; 3) 1; 4) 0.

16. Какая функция является возрастающей?

- 1) $y = 0,2^x$; 2) $y = 3^x$; 3) $y = \left(\frac{5}{6}\right)^x$; 4) $y = 2^{-x}$.

17. Укажите интервал, которому принадлежит решение уравнения $81 \cdot 3^x = \frac{1}{9}$

- 1) (-2; 4); 2) (-6; -4); 3) (2; 4); 4) (-8; -5].

18. Решите неравенство $8 \cdot 2^{1-x} > 4$

- 1) $(-\infty; 2)$; 2) $(0; +\infty)$; 3) $[2; +\infty)$; 4) $(-\infty; 6)$.

19. Определите наибольшее из чисел:

- 1) $\left(\frac{3}{4}\right)^{\sqrt{3}}$; 2) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-1}$; 3) 1; 4) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$.

20. Найдите значение выражения $13^{2 \log_{13} 7} - 2$

- 1) 13; 2) 5; 3) 12; 4) 47.

21. Вычислите $\log_3(9a)$, если $\log_3 a^3 = 12$

- 1) 0,5; 2) 6; 3) 13; 4) 8.

22. Укажите множество значений функции $y = \log_5 x - 13$

- 1) $(-\infty; +\infty)$; 2) $(-13; +\infty)$; 3) $(-\infty; -13)$; 4) $(-13; 13)$.

23. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения $\log_2(x+1) = 4$

- 1) (8; 10); 2) (14; 16); 3) (6; 8); 4) (4; 6).

24. Укажите множество решений неравенства $\log_2(4x-8) < 1$

- 1) $(-\infty; 2,5)$; 2) (2; 2,5); 3) (2; $+\infty$); 4) (2,5; $+\infty$).

25. Найдите множество значений функции $y = 3 - 2\sin x$

- 1) [1; 5]; 2) [-1; 1]; 3) [3; 5]; 4) [1; 3].

26. Вычислите значение $\sin 2x$, если $\cos x = \frac{1}{2}$ и $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$

- 1) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{4}$; 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

27. Найдите сумму всех целых чисел, которые входят в область значений функции $y = 4\cos^2 x - 7$

- 1) -25; 2) 25; 3) -22; 4) 0.

28. Упростите выражение $5\sin^2 x - 4 + 5\cos^2 x$

- 1) 1; 2) 9; 3) -9; 4) -4.

29. Решите уравнение $\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

- 1) $(-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$ 2) $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ 3) $\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ 4) $\pm \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$

30. Найдите производную функции $y = 0,5\sin 2x + 5x$

- 1) $-\cos 2x + 5;$ 2) $\cos 2x + 5;$ 3) $0,5\cos 2x + 5;$ 4) $-0,5\sin 2x + 5.$

31. Угловым коэффициентом наклона касательной к графику функции $y = \frac{x^2}{2} + \frac{2}{x}$ в точке $x = -1$ равен

- 1) $-3;$ 2) $-2;$ 3) $-1,5;$ 4) $0.$

32. Производная функции $y = 2\cos x - 3x^2$ в точке $x_0 = 0$ равна

- 1) $2;$ 2) $-3;$ 3) $0;$ 4) $-6.$

33. В какой точке графика функции $y = x^2 - 3x + 5$ тангенс угла наклона касательной равен 1

- 1) $(0; 5);$ 2) $(1; 3);$ 3) $(-1; 9);$ 4) $(2; 3).$

34. При движении тела по прямой расстояние s (в км) от начальной точки меняется по закону

$$s(t) = \frac{t^4}{4} - \frac{t^2}{4} + 2 \quad (t - \text{время движения в часах}). \text{ Найдите скорость (в км/ч) тела через}$$

1 час после начала движения.

- 1) $2;$ 2) $0,1;$ 3) $1,5;$ 4) $0,5.$

35. Найдите какую-либо первообразную функции $y = \frac{3}{4x^2}$

- 1) $1 - \frac{3}{4x^2};$ 2) $3 + \frac{3}{4x};$ 3) $5 - \frac{3}{4x};$ 4) $4 + \frac{3}{4x^2}.$

36. Для функции $y = -3 \sin x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(0; 10)$

- 1) $-3\cos x + 13;$ 2) $3\cos x + 7;$ 3) $-3\sin x + 10;$ 4) $5\cos x + 1.$

37. Вычислите неопределенный интеграл $\int \left(2x - \frac{1}{x^2} \right) dx$

- 1) $x^2 - \frac{1}{x^2} + C;$ 2) $x^2 + \frac{1}{x} + C;$ 3) $2x^2 - \frac{1}{x} + C;$ 4) $2x^2 + \frac{1}{x} + C.$

38. Вычислите определенный интеграл $\int_1^3 2dx$

- 1) $4;$ 2) $2;$ 3) $6;$ 4) $-4.$

39. Известно, что $\int_a^b f(x) dx = 2$. Найдите $2\int_a^a f(x) dx + \int_b^a f(x) dx$

- 1) $2;$ 2) $0;$ 3) $-2;$ 4) $4.$

2.2.5 Типовые задания

- Точка В не лежит в плоскости треугольника $\triangle ADC$, точки М, N и Р – середины отрезков ВА, ВС, ВD соответственно. Докажите, что плоскости МNP и ADC параллельны.
- Найдите объём конуса, если высота конуса 3 см, радиус основания 1,5 см.
- Прямая ВD перпендикулярна к плоскости треугольника АВС. Известно, что ВD = 9 см, АС = 10 см, ВС = ВА = 13 см. Найдите расстояние от точки D до прямой АС.
- Расстояние от центра шара радиуса R до секущей плоскости равно d. Вычислите площадь сечения, если R = 12 см, d = 8 см.
- Точки А, В, С и D не лежат в плоскости.
- а) могут ли какие-то три из них лежать на одной прямой?
- б) могут ли прямые АВ и CD пересекаться? Ответ обоснуйте.

8. Найдите объём правильной треугольной пирамиды, высота которой равна 12 см, а сторона основания равна 13 см.
9. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите двугранный угол $A_1 B B_1 K$, где K – середина ребра $A_1 D_1$.
10. Образующая конуса равна 25 см, а радиус основания 7 см. Найдите полную поверхность конуса и его объём.
11. Докажите, что через 3 точки, лежащие на одной прямой, проходит плоскость.
12. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 120π см², а радиус основания 6 см. Найдите длину образующей и объём цилиндра.
13. Найдите объём пирамиды, если высота её 4 м, а основанием служит прямоугольник со сторонами 2 м и 1 м.
14. Расстояние от центра шара радиуса R до секущей плоскости равно d . Вычислите площадь сечения, если $R = 12$ см, $d = 8$ см.
15. Параллельные прямые a и b лежат в плоскости α . Докажите, что прямая c , пересекающая прямые a и b , также лежит в плоскости α .
16. Площадь сечения сферы, проходящего через её центр, равна 9 м². Найдите площадь сферы.
17. Точка B не лежит в плоскости треугольника $\triangle ADC$, точки M , N и P – середины отрезков BA , BC , BD соответственно. Докажите, что плоскости MNP и ADC параллельны.
18. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $3\sqrt{2}$ см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
19. Точки A , B , C и D не лежат в плоскости.
20. а) могут ли какие-то три из них лежать на одной прямой?
21. б) могут ли прямые AB и CD пересекаться? Ответ обоснуйте.
22. Прямоугольник, стороны которого равны 6 см и 4 см, вращается около меньшей стороны. Найдите площадь поверхности тела вращения.
23. Найдите объём шара, если его радиус 4 см.
24. Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда равна 136 см², стороны основания 4 см и 6 см. Вычислите объём прямоугольного параллелепипеда.
25. Найдите площадь сферы, радиус которой равен 6 см.
26. Вычислите $\sqrt[5]{243m^5} + \sqrt[4]{16m^4} - \sqrt{36m^2}$ при $m = -\frac{1}{7}$.
27. Решите уравнение $\sqrt{x+16} = x-4$.
28. Сократите дробь $\frac{a-16a^{\frac{1}{2}}}{5a^{\frac{1}{2}}+20}$
29. Упростите $\left(\frac{b^{0,5}+3}{b^{1,5}-3b} - \frac{b^{0,5}-3}{b^{1,5}+3b}\right) \cdot \frac{b-9}{b^{0,5}}$
30. Решите уравнение $\sqrt{9x^2-6x+1} = x^2 + 1$
31. Решите уравнение: $9^x + 2 \cdot 3^{x+1} - 7 = 0$.
32. Найдите наибольшее значение функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ на отрезке $[-2; 3]$.
33. Найдите корень уравнения, а если их несколько, то их произведение

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{(x-1)(x+2)} = (3,4\sqrt{2})^0.$$

34. . Найдите наименьшее решение неравенства $\sqrt{2^{-x}} \leq 128$.
35. .. Вычислите $(\log_{26} 5^{\log_5 169} + \log_{26} 4)^2 - 17^{4 \log_{13} 3}$
36. . Решите уравнение $\lg(x + 1,5) = -\lg x$
37. Найдите больший корень уравнения $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 + 3x - 9) = -2$
38. Решите неравенство $\lg(x - 4) + \lg(x - 3) > \lg(17 - 3x)$
39. Найдите значение выражения $\sqrt{7} \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$ при $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{5}$
40. Упростите выражение $\frac{1 - \operatorname{ctg}^2(-x)}{\operatorname{tg}^2(x - \pi) - 1} \cdot \frac{\operatorname{ctg}(\frac{3\pi}{2} - x)}{\operatorname{ctg}(\pi + x)}$
41. . Определите, сколько корней уравнения $2\cos^2 x + 7\cos x - 4 = 0$, принадлежит отрезку $[-2\pi; 3\pi]$
42. 27 Найдите наибольший отрицательный корень уравнения (в градусах)
43. $\sin 3x \cos 5x - \cos 3x \sin 5x = 0,5$
44. Решите уравнение $\sin^2 x + |\sin x| - 2 = 0$
45. Найдите значение производной функции $y = \cos x \sin x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{6}$
46. При каких значениях x производная функции $f(x) = x^4 - 4x^2 + 1$ принимает положительные значения.
47. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \frac{6}{x}$ в точке $x=3$.
48. . Найдите значение функции $f(x) = \frac{x-1}{x^2-2x+5}$ в точке минимума.
49. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = 3$, $x = 4$.
50. Функция $y = F(x) + C$ является первообразной для функции $f(x) = x^2 + 3x$, график которой проходит через точку $M(1; 4)$. Найдите C .
51. Точка движется вдоль прямой со скоростью $v(t) = 2 + \frac{1}{\sqrt{t+2}}$ (скорость v – в м/с; время t – в с). Найдите путь, пройденный точкой в промежутке времени $[2; 7]$.
52. Найдите интеграл $\int (x - 1)(x + 1)(x + 2) dx$.
53. Точка движется прямолинейно, ее скорость выражается формулой $v(t) = 1 + 2t$. Найдите закон движения, если известно, что в момент времени $t = 2$ координата точки равнялась числу

2.2.6 Задания для контрольной работы

Контрольная работа по разделу «Прямые и плоскости в пространстве»

Вариант 1

1. Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC соответственно в точках D и E , причем $AC \parallel \alpha$. Найдите AC , если $BD:AD=3:2$ и $DE=9$ см.

2. Ребро куба равно 8 см. Найдите:

- диагональ куба;
- площадь сечения, проходящего через две диагонали куба.

3. Точка O – центр вписанной в треугольник ABC окружности. К плоскости данного треугольника проведен перпендикуляр OK . Найдите расстояние от точки K до сторон треугольника, если $AB=BC=20$ см., $AC=24$ см., $OK=12$ см.

4. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A^1 B^1 C^1 D^1$ дано: $AB=BC=3\sqrt{2}$ см., $BD^1=12$ см. Найдите: а) расстояние между прямыми BD^1 и AA^1 ;

б) угол между прямой BD^1 и плоскостью ABC .

Вариант 2

1. Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC соответственно в точках D и E , причем $AC \parallel \alpha$. Найдите AC , если $BD:AD=4:3$ и $DE=12$ см.

2. Ребро куба равно 6 см. Найдите:

- диагональ куба;
- площадь сечения, проходящего через две диагонали куба.

3. Точка O – центр вписанной в треугольник ABC окружности. К плоскости данного треугольника проведен перпендикуляр OK . Найдите расстояние от точки K до сторон треугольника, если $AB=BC=30$ см., $AC=48$ см., $OK=16$ см.

4. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A^1 B^1 C^1 D^1$ дано: $AB=BC=4\sqrt{2}$ см., $BD^1=16$ см. Найдите: а) расстояние между прямыми BD^1 и AA^1 ;

б) угол между прямой BD^1 и плоскостью ABC .

Вариант 3

1. Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC соответственно в точках D и E , причем $AC \parallel \alpha$. Найдите AC , если $BD:AD=5:4$ и $DE=10$ см.

2. Ребро куба равно 12 см. Найдите:

- диагональ куба;
- площадь сечения, проходящего через две диагонали куба.

3. Точка O – центр вписанной в треугольник ABC окружности. К плоскости данного треугольника проведен перпендикуляр OK . Найдите расстояние от точки K до сторон треугольника, если $AB=BC=30$ см., $AC=36$ см., $OK=18$ см.

4. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A^1 B^1 C^1 D^1$ дано: $AB=BC=5\sqrt{2}$ см., $BD^1=20$ см. Найдите: а) расстояние между прямыми BD^1 и AA^1 ;

б) угол между прямой BD^1 и плоскостью ABC .

Вариант 4

1. Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC соответственно в точках D и E , причем $AC \parallel \alpha$. Найдите AC , если $BD:AD=6:5$ и $DE=18$ см.

2. Ребро куба равно 10 см. Найдите:

а) диагональ куба;

б) площадь сечения, проходящего через две диагонали куба.

3. Точка O – центр вписанной в треугольник ABC окружности. К плоскости данного треугольника проведен перпендикуляр OK . Найдите расстояние от точки K до сторон треугольника, если $AB=BC=15$ см., $AC=24$ см., $OK=8$ см.

4. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ дано: $AB=BC=6\sqrt{2}$ см., $BD^1=24$ см. Найдите: а) расстояние между прямыми BD^1 и AA^1 ;

б) угол между прямой BD^1 и плоскостью ABC .

Контрольная работа по разделу «Многогранники»

Вариант 1

1. Основанием пирамиды $DABC$ является правильный треугольник ABC , сторона которого равна a . Ребро DA перпендикулярно к плоскости ABC , а плоскость DBC составляет с плоскостью ABC угол 30° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AD = 2$, $CD = 4$, $A_1 C = 3\sqrt{5}$. Найдите площади боковой и полной поверхности параллелепипеда.

3. В прямой треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$, $AC = a$. Прямая $A_1 C$ составляет с плоскостью грани $AA_1 B_1 B$ угол 45° . Найдите площадь боковой поверхности призмы.

Вариант 2

1. Основанием пирамиды $MABCD$ является квадрат $ABCD$, ребро MD перпендикулярно к плоскости основания, $AD = DM = a$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB = 3$, $BC = 2$, $AC_1 = 7$. Найдите площади боковой и полной поверхности параллелепипеда.

3. В прямой треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = a$. Прямая $B_1 C$ составляет с плоскостью грани $AA_1 B_1 B$ угол 30° . Найдите площадь боковой поверхности призмы.

Контрольная работа по теме: «Объем и площадь поверхности тел вращения»

Вариант 1.

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого 4 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

2. Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 60° . Найдите площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми равен 45° и площадь боковой поверхности конуса.

3. Диаметр шара равен d . Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.

4. В цилиндре проведена плоскость, параллельная оси и отсекающая от окружности основания дугу в 90° . Диагональ сечения равна 10 см и удалена от оси на 4 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Вариант. 2

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь основания цилиндра равна 16π см². Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

2. Высота конуса равна 6 см, угол при вершине осевого сечения равен 90° . Найдите площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми равен 30° и площадь боковой поверхности конуса.

3. Площадь сечения шара плоскостью, проведенной через конец диаметра под углом 30° к нему, равна 75π см². Найдите диаметр шара.

4. Через вершину конуса проведена плоскость, пересекающая основание по хорде, длина которой равна 3 см, и стягивающей дугу 120° . Плоскость сечения составляет с плоскостью основания угол 45° . Найдите площадь боковой поверхности конуса.

Вариант 3.

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь основания цилиндра равна 25π см². Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

2. Высота конуса равна 9 см, угол при вершине осевого сечения равен 120° . Найдите площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми равен 90° и площадь боковой поверхности конуса.

3. Длина линии пересечения сферы и плоскости, проходящей через конец диаметра под углом 60° к нему, равна 5π см. Найдите диаметр сферы.

4. Через вершину конуса проведена плоскость, пересекающая основание по хорде, длина которой равна 5 см, и стягивающей дугу 90° . Плоскость сечения составляет с плоскостью основания угол 60° . Найдите площадь боковой поверхности конуса.

Вариант.4

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 8 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

2. Радиус основания конуса равен 10 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 45° . Найдите площадь сечения, проходящего через две образующие, угол между которыми 30° и площадь боковой поверхности конуса.

3. Диаметр шара равен d . Через конец диаметра проведена плоскость под углом 30° к нему. Найдите длину линии пересечения сферы и плоскости.

4. В цилиндре проведена плоскость, параллельная оси и отсекающая от окружности основания дугу в 120° . Диагональ сечения равна 20 см и удалена от оси на 3 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Контрольная работа по разделу «Алгебра»

ВАРИАНТ 1.

1. Найдите значение выражения:

а) $\frac{-6 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}}}{3} + \frac{\sqrt{324}}{6}$; б) $a^{-\frac{3}{2}} : a^{\frac{3}{2}}$ при $a = 0,1$;

в) $5^{\log_5 3} \cdot \log_2 8$; г) $2 \log_2 3 + \log_2 \frac{1}{3}$.

2. Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -0,6$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

3. Вычислите: $2\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$.

4. Решите уравнение:

а) $\left(\frac{1}{27}\right)^{0,5x-1} = 9$; б) $\log_7(2x+5) = 2$;

в) $\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)^2 - \log_{\frac{1}{2}} x = 6$; г) $\sqrt{7-x^2} = \sqrt{-6x}$.

д) $2\sin x - 1 = 0$. Укажите наибольший отрицательный корень в градусах.

5. Решите неравенство:

а) $\log_3(1-x) > \log_3(3-2x)$;

б) $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{x+1} \leq 26$;

в) $\frac{(x+1)(x-4)}{x^2+x-6} > 0$.

ВАРИАНТ 2.

1. Найдите значение выражения:

а) $\frac{3 \cdot \sqrt[3]{\frac{8}{27}}}{2,5} + \frac{\sqrt{0,25}}{2,5}$; б) $1,4a^{\frac{1}{7}} : 2a^{\frac{5}{7}}$ при $a = \frac{1}{3}$;

в) $2^{\log_2 7} \cdot \log_3 \frac{1}{9}$; г) $\log_2 10 - 2\log_2 5 + \log_2 40$.

2. Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = 0,8$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

3. Вычислите: $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$.

4. Решите уравнение:

а) $\left(\frac{1}{125}\right)^{0,2x+1} = 25$; б) $\log_2(2x-4) = 7$;

в) $\log_{\frac{1}{7}}(2x+5) - \log_{\frac{1}{7}} 6 = \log_{\frac{1}{7}} 2$; г) $\sqrt{x^2-6} = \sqrt{-5x}$.

д) $2\sin x + 1 = 0$. Укажите ближайший к нулю корень в градусах.

5. Решите неравенство:

а) $\log_{\frac{1}{2}}(2x+5) > -3$;

б) $\left(\frac{1}{4}\right)^x - (2)^{1-x} - 8 < 0$;

в) $\frac{x^2+2x-3}{(x-7)(x+5)} < 0$.

ВАРИАНТ 3.

1. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{125} \cdot 5^{\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{216}$; б) $0,9a^{\frac{5}{3}} : 3a^{\frac{1}{3}}$ при $a = 16$;

в) $(\sqrt{2})^{\log_2 27} \cdot \log_3 27$; г) $\log_5 75 + \log_5 (25)^{-1}$.

2. Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

3. Вычислите: $\cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ$.

4. Решите уравнение:

а) $\left(\frac{1}{32}\right)^{0,1x-1} = 16$; б) $\log_{0,4}(6-x) = -1$;

в) $\log_4(x-2) + \log_{\frac{1}{2}}(x-2) = \frac{1}{2}$; г) $\sqrt{3-2x} = 6+x$.

д) $\sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Укажите наименьший положительный корень в градусах.

5. Решите неравенство:

а) $\lg^2 x - 2\lg x > 3$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} > 5$;

в) $\frac{(x+1)(x+3)^2}{x+4} \leq 0$.

Контрольная работа по разделу: «Начала математического анализа»

Вариант № 1.

A1. Найдите производную функции $y = 1,5x^6 - 2x^2 + 4x - 5$.

1) $y' = 6x^5 - 4x + 4$ 2) $y' = 9x^5 - 4x + 4$ 3) $y' = 1,5x^5 - 4x + 4$ 4) $y' = 9x^5 - 2x + 4$

A2. Найдите значение производной функции $f(x) = x^2 + 2x - 1$ в точке $x_0 = 0$.

1) -1 2) 4 3) 2 4) 0

A3. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 3x^2 - 11$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

1) 0 2) -11 3) -15 4) -26

A4. Найдите критические точки функции $f(x) = x^2 + 6x$.

1) 0 2) 3 3) -3 4) -6

A5. Укажите промежуток, на котором функция $y = x^2 - 6x + 4$ убывает.

1) $(-\infty; -3]$ 2) $(-\infty; 3)$ 3) $(-\infty; 3]$ 4) $[3; \infty)$

A6. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 4x - x^2$ на отрезке $[1; 6]$. 36

2) 4 3) 15 4) 3

A7. Тело движется по закону $S(t) = 16t - 2t^3$. Найдите скорость тела через 1 секунду после начала движения.

1) 14 2) 13 3) 8 4) 10

A8. Найдите все первообразные функции $f(x) = x^4 + 3x^2 + 5$.

1) $F(x) = 4x^3 + 6x$ 2) $F(x) = \frac{x^5}{5} + x^3 + 5x + C$ 3) $F(x) = \frac{x^5}{5} + x^3 + 5x$ 4) $F(x) = \frac{x^5}{5} + x^3 + C$

A9. Найдите первообразную функции $f(x) = x^2 - 5$, график которой проходит через точку с координатами (3; 4).

1) $F(x) = \frac{x^3}{3} - 5x + 10$ 2) $F(x) = \frac{x^3}{3} - 5x - 10$ 3) $F(x) = \frac{x^3}{3} - 5x$ 4) $F(x) = x^3 - 5$

A10. Найдите абсциссу точки графика функции $f(x) = 4x^2 - 12x - 9$, в которой угловой коэффициент касательной равен 12.

1) 0 2) 3 3) 4 4) -3

V1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 8x + 15$; $x = 0$; $x = 3$; $y = 0$.

V2. Для функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$ найдите общий вид первообразных.

В3. Запишите уравнение касательной к графику функции в $f(x) = 4x^2 + 6x - 3$ точке $x_0 = 0$.

Вариант № 2.

А1. Найдите производную функции $y = 2,5x^4 + 3x^2 - 6x + 12$.

- 1) $y' = 4x^3 + 6x - 6$ 2) $y' = 10x^3 + 6x - 6$ 3) $y' = x^3 + 6x - 6$ 4) $y' = x^3 + 2x - 6$

А2. Найдите значение производной функции $f(x) = x^2 + 3x - 4$ в точке $x_0 = 0$.

- 1) 4 2) -4 3) 3 4) 0

А3. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 4x^2 + 7$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

- 1) 0 2) 4 3) -1 4) -4

А4. Найдите критические точки функции $f(x) = 10x - x^2$.

- 1) 0 2) 5 3) -5 4) 10

А5. Укажите промежуток, на котором функция $y = x^2 + 2x + 3$ возрастает.

- 1) $(-\infty; -1)$ 2) $[-\infty; -1]$ 3) $(-\infty; -1]$ 4) $[-1; \infty)$

А6. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x^2 - 2x$ на отрезке $[0; 4]$.

- 1) 0 2) -13 3) -1 4) 6

А7. Тело движется по закону $S(t) = 12t - 3t^3$. Найдите скорость тела через 1 секунду после начала движения.

- 1) 3 2) 9 3) 6 4) 4

А8. Найдите все первообразные функции $f(x) = 2x^3 + x^2 + 5$.

- 1) $F(x) = 6x^2 + 2x$ 2) $F(x) = \frac{x^4}{2} + \frac{x^3}{3} + 5x + C$ 3) $F(x) = \frac{x^4}{2} + \frac{x^3}{3} + 5x$ 4)

$$F(x) = \frac{x^4}{2} + \frac{x^3}{3} + C$$

А9. Найдите первообразную функции $f(x) = 4 - x^2$, график которой проходит через точку с координатами $(3; 10)$.

- 1) $F(x) = 4x - \frac{x^3}{3} + 7$ 2) $F(x) = 4x - \frac{x^3}{3} - 3$ 3) $F(x) = \frac{x^3}{3} + 1$ 4) $F(x) = \frac{x^3}{3} + 19$

А10. Найдите абсциссу точки графика функции $f(x) = 5x^2 - 12x + 1$, в которой угловой коэффициент касательной равен 8.

- 1) 0 2) -2 3) 4 4) 2

В1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 6x + 12$; $x = 0$; $x = 3$; $y = 0$.

В2. Для функции $f(x) = \frac{2}{(3-2x)^2}$ найдите общий вид первообразных.

В3. Запишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$ в точке $x_0 = 0$.

Вариант № 3.

А1. Найдите производную функции $y = (4 - 3x)^5$.

- 1) $y' = 20(4 - 3x)^4$ 2) $y' = 5(4 - 3x)^4$ 3) $y' = -15(4 - 3x)^4$ 4) $y' = -5(4 - 3x)^4$

А2. Найдите значение производной функции $f(x) = 3x + \sqrt{x}$ в точке $x_0 = 1$.

- 1) 4 2) 3,5 3) 2 4) 0

A3. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - 2x^3 - 5$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

- 1) - 12 2) 12 3) -9 4) 9

A4. Найдите критические точки функции $f(x) = 6x - x^2 + 5$.

- 1) 0 2) 6 3) - 3 4) 3

A5. Укажите промежуток, на котором функция $y = 2x^3 - 3x^2 + 5$ убывает.

- 1) (0;1) 2) [0;1] 3) $(-\infty;1]$ 4) $[1;\infty)$

A6. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = 3x^2 - 12x + 1$ на отрезке $[1;4]$.

- 1) 1 2) - 8 3) - 11 4) 0

A7. Тело движется по закону $S(t) = t^3 - 3t^2 + 2$. Найдите скорость тела через 3 секунды после начала движения.

- 1) 9 2) 2 3) 6 4) 24

A8. Найдите все первообразные функции $f(x) = 4x^3 - 6x^2 + x - 1$.

- 1) $F(x) = 12x^2 - 12x + 1$ 2) $F(x) = x^4 - 2x^3 + \frac{x^2}{2} - x$
3) $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + C$ 4) $F(x) = x^4 - 2x^3 + \frac{x^2}{2} - x + C$

A9. Найдите первообразную функции $f(x) = 5x + x^2$, график которой проходит через точку с координатами (0;3).

- 1) $F(x) = \frac{5x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - 3$ 2) $F(x) = \frac{5x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + 3$ 3) $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + 3$ 4) $F(x) = x^2 + x^3 + 3$

A10. Найдите абсциссу точки графика функции $f(x) = 3x^2 + 5x - 6$, в которой угловой коэффициент касательной равен -7.

- 1) 2 2) - 6 3) - 2 4) 0

V1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 6x + 18$; $x = 0$; $x = 3$; $y = 0$.

V2. Для функции $f(x) = \frac{3}{(2-3x)^2}$ найдите общий вид первообразных.

V3. Запишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2\sqrt{x} + x$ в точке $x_0 = 1$.

Вариант № 4.

A1. Найдите производную функции $y = (5x + 5)^5$.

- 1) $y' = 25(5x + 4)^4$ 2) $y' = 20(5x + 4)^4$ 3) $y' = 5(5x + 4)^4$ 4) $y' = 45(5x + 4)^4$

A2. Найдите значение производной функции $f(x) = \sin x - \cos x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

- 1) 0 2) $-\sqrt{2}$ 3) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 4) $\sqrt{2}$

A3. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 4$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

- 1) 0 2) - 12 3) 12 4) - 8

A4. Найдите критические точки функции $f(x) = x^2 - 8x + 12$.

- 1) 8 2) 4 3) -4 4) 0

A5. Укажите промежуток, на котором функция $y = 3x^2 - 2x^3 - 5$ возрастает.

- 1) (0;1) 2) [1;∞) 3) (-∞;1] 4) [0;1]

A6. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = 1 + 8x - x^2$ на отрезке [2;5].

- 1) 17 2) 30 3) 66 4) 16

A7. Тело движется по закону $S(t) = 3 + 2t^2 + t^3$. Найдите скорость тела через 3 секунды после начала движения.

- 1) 9 2) 3 3) 39 4) 4

A8. Найдите все первообразные функции $f(x) = 8x^3 - 3x^2 + x - 1$.

1) $F(x) = 24x^2 - 6x + 1$ 2) $F(x) = 2x^4 - x^3 + \frac{x^2}{2} - x + C$

3) $F(x) = 2x^4 - x^3 + \frac{x^2}{2} - x$ 4) $F(x) = \frac{x^4}{2} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + C$

A9. Найдите первообразную функции $f(x) = x^2 - 5x$, график которой проходит через точку с координатами (0;3).

1) $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} - 3$ 2) $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 3$ 3) $F(x) = x^3 - x^2 + 3$ 4) $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 3$

A10. Найдите абсциссу точки графика функции $f(x) = 3 + 5x + 3x^2$, в которой угловой коэффициент касательной равен -7.

- 1) -2 2) 0 3) -6 4) 2

B1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 4x + 17$; $x = 0$; $x = 3$; $y = 0$.

B2. Для функции $f(x) = \frac{2}{\sqrt{1-4x}}$ найдите общий вид первообразных.

B3. Запишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = 4\sqrt{x} + x$ в точке $x_0 = 1$.

2.3 Типовые контрольные задания, используемые для промежуточной аттестации по общеобразовательной учебной дисциплине

2.3.1 Примерный перечень вопросов к дифференцированному зачету по общеобразовательной учебной дисциплине

Вопросы к дифференцированному зачету :

1. Аксиомы стереометрии и следствия из них.
2. Параллельные прямые в пространстве. Теорема о параллельных прямых.
3. Теорема о параллельности трёх прямых.
4. Параллельность прямой и плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости.
5. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
6. Скрещивающиеся прямые. Признак скрещивающихся прямых. Теорема о скрещивающихся прямых.
7. Углы с сонаправленными сторонами. Теорема об углах с сонаправленными сторонами. Угол между прямыми в пространстве.

8. Параллельные плоскости. Признак параллельности двух плоскостей. Свойства параллельных плоскостей.
9. Тетраэдр, его элементы. Правильный тетраэдр. Сечения тетраэдра.
10. Параллелепипед, его элементы. Свойства параллелепипеда.
11. Перпендикулярные прямые в пространстве. Параллельные прямые, перпендикулярные прямые к плоскости.
12. Лемма о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой.
13. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
14. Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью.
15. Расстояния в пространстве от точки до точки, прямой, плоскости, фигуры. Расстояния в пространстве между прямой и плоскостью, между плоскостями.
16. Теорема о трёх перпендикулярах и обратная ей.
17. Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла.
18. Признак перпендикулярности плоскостей.
19. Прямоугольный параллелепипед, его свойства. Куб.
20. Призма, её элементы. Прямая и правильная призмы. Площадь поверхности призмы. Объём призмы.
21. Пирамида, её элементы. Площадь поверхности пирамиды. Правильная усечённая пирамида. Площадь боковой поверхности правильной пирамиды. Объём пирамиды.
22. Многогранник, правильный многогранник
23. Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра, его объём.
24. Конус, усечённый конус. Площадь поверхности конуса. Объём конуса.
25. Шар и сфера. Взаимное расположение сферы и плоскости. Касательная плоскость к сфере. Площадь сферы, объём шара.
26. Векторы в пространстве. Действия над векторами. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число
- . Векторы в пространстве. Координаты векторов. Скалярное произведение векторов.
28. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты и векторы. Формула для нахождения расстояния между двумя точками, заданными своими координатами.

2.3.2 Примерное задание на дифференцированный зачет по общеобразовательной учебной дисциплине

1. Найдите объём пирамиды, если $h = 2$ м, а основанием служит квадрат со стороной 3 м.
2. Три данные точки соединены попарно отрезками. Докажите, что все отрезки лежат в одной плоскости.
3. Прямая CD перпендикулярна к плоскости треугольника ABC .
 - а) докажите, что треугольник ABC является проекцией треугольника ABD на плоскость ABC .
 - б) если CN – высота треугольника ABC , то DN – высота треугольника ABD .
4. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите высоту цилиндра, площадь основания, площадь боковой и полной поверхности.
5. Площадь основания цилиндра равна Q , а площадь его осевого сечения равна S . Найдите объём цилиндра.
6. Найдите объём правильной n – угольной призмы, у которой каждое ребро равно a , если $n = 4$.

7. Из точки M проведён перпендикуляр MB к плоскости прямоугольника $ABCD$. Докажите, что треугольники AMD и MCD – прямоугольные.
8. Найдите объём пирамиды, если высота её 4 м, а основанием служит прямоугольник со сторонами 2 м и 1 м.
9. Параллельные прямые a и b лежат в плоскости α . Докажите, что прямая c , пересекающая прямые a и b , также лежит в плоскости α .
10. Площадь сечения сферы, проходящего через её центр, равна 9 м^2 . Найдите площадь сферы.
11. Точка B не лежит в плоскости треугольника $\triangle ADC$, точки M , N и P – середины отрезков BA , BC , BD соответственно. Докажите, что плоскости MNP и ADC параллельны.
12. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $3\sqrt{2}$ см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
13. Прямоугольник, стороны которого равны 6 см и 4 см, вращается около меньшей стороны. Найдите площадь поверхности тела вращения.
14. Найти объём шара, если его радиус 4 см.
15. Найти площадь сферы, радиус которой равен 6 см.
16. Вычислите радиус круга, площадь которого равна площади сферы с радиусом 5 м.
17. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник со сторонами 6 см и 8 см. Каждое боковое ребро пирамиды равно 13 см. Вычислите высоту пирамиды.
18. Найдите объём конуса, если высота конуса 5 см, а радиус основания 2.
19. Основанием пирамиды служит равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = BC = 13$ см, $AC = 10$ см. Каждое боковое ребро пирамиды образует с её высотой угол 30° . Вычислите объём пирамиды.
20. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $120\pi \text{ см}^2$, а радиус основания 6 см. Найдите длину образующей и объём цилиндра.
21. Две стороны треугольника параллельны плоскости α . Докажите, что и третья сторона параллельна плоскости α .
22. Найдите диагональ осевого сечения цилиндра, если радиус основания цилиндра 2 м, а высота – 3 м.
23. Через концы A , B и середину отрезка AB проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1 , B_1 , M_1 соответственно. Найдите длину отрезка MM_1 , если $AA_1 = 3$ см, $BB_1 = 17$ см, причём отрезок AB не пересекает плоскость α .
24. Найдите объём куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если $AC = 12$ см.
25. Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда равна 136 см^2 , стороны основания 4 см и 6 см. Вычислите объём прямоугольного параллелепипеда.
26. Из вершины квадрата $ABCD$ восстановлен перпендикуляр AE к плоскости квадрата. Чему равно расстояние от точки E до прямой BD , если $AE = 2$ дм, $AB = 8$ дм.
27. Используя модель призмы, выполните необходимые измерения и найдите её полную поверхность.
28. Точка B не лежит в плоскости треугольника $\triangle ADC$, точки M , N и P – середины отрезков BA , BC , BD соответственно. Докажите, что плоскости MNP и ADC параллельны.
29. Найдите объём пирамиды, если $h = 2$ м, а основанием служит квадрат со стороной 3 м.
30. Найдите объём куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если $AC = 12$ см.
31. Докажите, что через 3 точки, лежащие на одной прямой, проходит плоскость.

32. Две стороны треугольника параллельны плоскости α . Докажите, что и третья сторона параллельна плоскости α .
33. Осевым сечением цилиндра является квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите высоту цилиндра, площадь основания, площадь боковой и полной поверхности.
34. Площадь основания цилиндра равна Q , а площадь его осевого сечения равна S . Найдите объём цилиндра.
35. Из вершины квадрата $ABCD$ восстановлен перпендикуляр AE к плоскости квадрата. Чему равно расстояние от точки E до прямой BD , если $AE = 2$ дм, $AB = 8$ дм.
36. Используя модель призмы, выполните необходимые измерения и найдите её полную поверхность.
37. Из точки M проведён перпендикуляр MB к плоскости прямоугольника $ABCD$. Докажите, что треугольники AMD и MCD – прямоугольные.

2.3.3 Примерный экзаменационный билет по общеобразовательной учебной дисциплине

Экзаменационный билет №1

Часть А

A1. Найдите значение выражения $\frac{n^{\frac{3}{5}}}{n^{-\frac{5}{7}}}$, при $n=8$.

- 1) $8^{-\frac{3}{7}}$; 2) 64; 3) 16; 4) $8^{-\frac{4}{5}}$

A2. Упростите выражение: $\sqrt[7]{2^{14}q^{14}}$

- 1) $2^{21}q^{21}$; 2) 2^7q^7 ; 3) $2^{98}q^{98}$; 4) 2^2q^2

A3. Найти производную функции $y = -\frac{7}{6}x^6 + 5x^4 - 14$

- 1) $y' = -7x^4 + x^5 - 14x$; 2) $y' = -\frac{1}{6}x^7 + x^5 - 14x$;
3) $y' = -7x^5 + 20x^3$; 4) $y' = -7x^5 + 9x^3$

A4. Решите уравнение: $\cos \alpha - 1 = 0$

- 1) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; 2) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; 3) $\pi k, k \in \mathbb{Z}$; 4) $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

A5. Решите неравенство: $\left(\frac{1}{4}\right)^{x-3} < \frac{1}{16}$

- 1) $(-\infty; 5)$; 2) $(-\infty; 7)$; 3) $(5; +\infty)$; 4) $(7; +\infty)$;

A6. Упростите выражение $2^{\log_2 72} + \log_5 75 - \log_5 3$

- 1) 9; 2) 32; 3) 51; 4) 74

A7. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения: $\log_2(x+1) = 4$

- 1) (8;10); 2) (14;16); 3) (6;8); 4) (4;6)

Часть В

В1. Упростить выражение: $\cos^2 \alpha + 1 - \sin^2 \alpha$

В2. Решить уравнения:

а) $x+1 = \sqrt{1-x}$ б) $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$

В3. Найти область определения функции: $y = \log_7(5-2x)$

В4. Найти производную функции:

а) $y = e^x \cdot \cos x$ б) $y = 2^x + x^3$

Часть С

С1. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{5}}(4-3x) \geq -1$

С2. Решить уравнения $2 \cos^2 x + 5 \cos x = 3$

С3. Найти интервалы возрастания и убывания функции: $y = 2x^3 + 3x^2 - 2$

Экзаменационный билет №2

Часть А

А1. Найдите значение выражения $4^{6p} \cdot 4^{-4p}$ при $p = \frac{1}{4}$

1) 1; 2) 2; 3) 32; 4) 34

А2. Упростите выражение: $\sqrt[5]{5^{10}g^{15}}$

1) $5^{15}g^{20}$; 2) $5^{20}g^{75}$; 3) 5^2g^3 ; 4) 5^5g^{10} ;

А3. Найти производную функции $-\frac{6}{5}x^5 + 4x^3 - 12$

1) $y' = -0,2^6 + x^4 - 12x$; 2) $y' = -6x^4 + 12x^2$;
3) $y' = -6x^4 + 7x^2$; 4) $y' = -6x^4 + 12x^2 - 12x$

А4. Решите уравнение: $\operatorname{tg} 4x = 1$

1) $-\pi + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$; 2) $-\frac{\pi}{16} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;
3) $3) -\frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}$; 4) $-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;

А5. Решите неравенство: $2^{5x+7} \geq 8^x$

1) $(-\infty; -\frac{7}{2}]$; 2) $(-\infty; -\frac{7}{4})$; 3) $(-\frac{7}{4}; +\infty)$; 4) $[-\frac{7}{2}; +\infty)$;

А6. Найдите значение выражения $\log_{20} 5 + \log_{20} 4 + 2$

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 22;

А7. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения: $\log_2(x+8) = \log_2 3 + \log_2 5$

1) $(-8; 5]$; 2) $(-1; 3)$; 3) $(3; 5)$; 4) $[5; 8]$;

Часть В

В1. Упростить выражение: $\sin^2 \alpha + 2\cos^2 \alpha - 1$

В2. Решить уравнения:

а) $x = 1 + \sqrt{x+11}$

б) $16^x - 17 \cdot 4^x + 16 = 0$

В3. Найти область определения функции: $y = \log_2(x^2 - 2x)$

В4. Найти производную функции:

а) $y = e^x \cdot \sin x$

б) $y = 3^x + 2x^3$

Часть С

С1. Решить неравенство $\log_{\frac{1}{5}}(x-1) \geq -2$

С2. Решить уравнения $4\sin^2 x - \cos x - 1 = 0$

С3. Найти интервалы возрастания и убывания функции: $y = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 4x + 5$