

Приложение 2 к рабочей программе  
дисциплины «**Математика**»

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОЛЖСКИЙ ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ, ПЕДАГОГИКИ И ПРАВА»

Волжский социально-педагогический колледж

**Фонд оценочных средств  
по дисциплине  
«Математика»**

Специальность:  
**44.02.02 Преподавание в начальных классах**

Уровень образования:  
**среднее профессиональное образование**

Квалификация выпускника:  
учитель начальных классов

## **Содержание**

1 Перечень компетенций, которыми должны овладеть обучающиеся в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания .....	3
2 Типовые контрольные задания, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих формирование компетенций в процессе освоения образовательной программы.....	6
2.1 Типовые контрольные задания, используемые для проведения входного контроля .....	6
2.2 Типовые контрольные задания, используемые для текущего контроля по дисциплине .	6
2.2.1 Методические материалы, используемые для текущего контроля знаний по дисциплине.....	6
2.2.2 Задания для самостоятельной работы.....	7
2.2.3 Тесты по дисциплине.....	9
2.2.4 Типовые задания .....	16
2.3 Типовые контрольные задания, используемые для промежуточной аттестации по дисциплине.....	34
2.3.1 Примерный перечень вопросов к экзамену по дисциплине .....	34
2.3.2 Примерный экзаменационный билет по дисциплине .....	35

**ВИДПП**

**1 Перечень компетенций, которыми должны овладеть обучающиеся в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания**

Перечень компетенций	Показатели оценивания компетенций	Критерии оценивания компетенций	Шкала оценивания
ОК 2. Организовывать собственную деятельность, определять методы решения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество	– <b>знает:</b> понятие множества, отношения между множествами, операции над ними; понятие величины и её измерения; историю создания систем единиц величины; этапы развития понятий натурального числа и нуля; системы счисления;	– <b>имеет базовые знания:</b> понятие множества, отношения между множествами, операции над ними; понятие величины и её измерения; историю создания систем единиц величины; этапы развития понятий натурального числа и нуля; системы счисления; понятие текстовой задачи и процесса её решения; историю развития геометрии; основные свойства геометрических фигур на плоскости и в пространстве; правила приближённых вычислений; понятие процента числа; методы математической статистики;	удовлетворительно
ОК 4. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития	– <b>знает:</b> понятие текстовой задачи и процесса её решения; историю развития геометрии; основные свойства геометрических фигур на плоскости и в пространстве; правила приближённых вычислений; понятие процента числа; методы математической статистики;	– <b>умеет</b> по инструкции преподавателя: применять математические методы для решения профессиональных задач; решать текстовые задачи; выполнять приближенные вычисления; решать задачи на проценты;	
ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии для совершенствования профессиональной деятельности	– <b>умеет:</b> применять математические методы для решения профессиональных задач;	проводить элементарную статистическую обработку информации и результатов исследований, представлять полученные данные графически	
ОК 6. Работать в коллективе и команде, взаимодействовать с руководством, коллегами и социальными	решать текстовые задачи; выполнять приближенные вычисления; решать задачи на проценты; проводить элементарную статистическую обработку	– <b>знает:</b> понятие множества, отношения между множествами, операции над ними; понятие величины и её измерения; историю создания систем единиц величины; этапы развития понятий натурального числа и	хорошо

<b>Перечень компетенций</b>	<b>Показатели оценивания компетенций</b>	<b>Критерии оценивания компетенций</b>	<b>Шкала оценивания</b>
партнерами	информации и результатов исследований, представлять полученные данные графически	нуля; системы счисления; понятие текстовой задачи и процесса её решения; историю развития геометрии; основные свойства геометрических фигур на плоскости и в пространстве; правила приближённых вычислений; понятие процента числа; методы математической статистики;	
ПК 1.1. Определять цели и задачи, планировать уроки		– <i>умеет</i> на основе типовых примеров: применять математические методы для решения профессиональных задач; решать текстовые задачи;	
ПК 1.2. Проводить уроки		выполнять приближенные вычисления;	
ПК 2.1. Определять задачи и цели внеурочной деятельности и общения, планировать внеурочные занятия		решать задачи на проценты;	
ПК 2.2. Проводить внеурочные занятия		проводить элементарную статистическую обработку информации и результатов исследований, представлять полученные данные графически	
ПК 4.2. Создавать в кабинете предметно-развивающую среду		– <i>знает</i> : понятие множества, отношения между множествами, операции над ними; понятие величины и её измерения; историю создания систем единиц величины; этапы развития понятий натурального числа и нуля; системы счисления; понятие текстовой задачи и процесса её решения; историю развития геометрии; основные свойства геометрических фигур на плоскости и в пространстве; правила приближённых вычислений; понятие процента числа;	отлично

<b>Перечень компетенций</b>	<b>Показатели оценивания компетенций</b>	<b>Критерии оценивания компетенций</b>	<b>Шкала оценивания</b>
		<p>методы математической статистики;</p> <p>– <b>умеет</b> самостоятельно:</p> <p>применять математические методы для решения профессиональных задач;</p> <p>решать текстовые задачи;</p> <p>выполнять приближенные вычисления;</p> <p>решать задачи на проценты;</p> <p>проводить элементарную статистическую обработку информации и результатов исследований, представлять полученные данные графически</p>	

## **2 Типовые контрольные задания, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующие формирование компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### **2.1 Типовые контрольные задания, используемые для проведения входного контроля**

#### **Вариант 1**

1. Товарный поезд был задержан в пути на 12 минут, а потом на расстоянии 60 км наверстал упущенное время, увеличив скорость на 15 км/ч. Найдите первоначальную скорость поезда.

2. Решите уравнение:  $2^{2x+3} - 15 \cdot 2^x - 2 = 0$ .

3. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны  $30^\circ$ . Найдите площадь круга, вписанного в треугольник, если радиус описанной окружности равен 10 см.

4. Упростите выражение:  $2\left(x^2 - \sqrt{x^4 - 1}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt[3]{x}}\right)^{-2}$ .

5. Решите уравнение:  $\cos 2x + \sin x = 0$ .

#### **Вариант 2**

1. Из порта одновременно вышли два теплохода, один на юг, а другой на восток. Через 2 часа расстояние между ними было 174 км. Найдите скорость теплоходов, если известно, что у одного она на 3 км/ч больше, чем у другого.

2. Решите уравнение:  $2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 2 = 0$ .

3. Угол при вершине треугольника равен  $\alpha$ . Прилегающие к углу стороны равны  $a$  и  $b$  соответственно. Найдите длину окружности, описанной около треугольника.

4. Упростите выражение:  $\frac{a-2}{a(a-2)+4} + \frac{8+4(1-a)+a^2}{8+a^3} - \frac{1}{2+a}$ .

5. Решите уравнение:  $1 - \cos x = \sqrt{2} \sin \frac{x}{2}$ .

### **2.2 Типовые контрольные задания, используемые для текущего контроля по дисциплине**

#### **2.2.1 Методические материалы, используемые для текущего контроля знаний по дисциплине**

<b>Наименование оценочного средства</b>	<b>Краткая характеристика оценочного средства</b>	<b>Представление оценочного средства в фонде</b>
Контрольный опрос	Контрольный опрос – это метод оценки уровня освоения компетенций, основанный на непосредственном (беседа, интервью) или опосредованном (анкета) взаимодействии преподавателя и студента. Источником контроля знаний в данном случае служит словесное или письменное суждение студента	Примерный перечень вопросов к экзамену Задания для самостоятельной работы
Собеседование	Собеседование – это один из методов контрольного опроса, представляющий собой относительно свободный диалог между преподавателем и студентом на заданную тему	Примерный перечень вопросов к экзамену Задания для самостоятельной работы
Тестовые задания	Тестирование – удовлетворяющая критериям исследования эмпирико-аналитическая процедура оценки уровня	Тесты по дисциплине

<b>Наименование оценочного средства</b>	<b>Краткая характеристика оценочного средства</b>	<b>Представление оценочного средства в фонде</b>
	освоения компетенций студентами	
Самостоятельный решение задач	Метод, при котором обучающиеся приобретают навыки творческого мышления, самостоятельного решения проблем теории и практики.	Типовые задания
Контрольная работа	Эффективный метод проверки знаний обучающихся, полученных ими на определённом этапе. Основная задача контрольных работ - выявить, какие изученные темы вызывают затруднения и в последствие искоренить недостатки	Задания для контрольной работы
Лекция-беседа	Диалогический метод изложения и усвоения учебного материала. Лекция-беседа позволяет с помощью системы вопросов, умелой их постановки и искусного поддержания диалога воздействовать как на сознание, так и на подсознание обучающихся, научить их самокоррекции	Методика проведения лекции-беседы
Интерактивное решение задач	Метод модерации, при котором при решении задач принимают участие все обучающиеся под руководством преподавателя-модератора	Методика проведения интерактивного решения задач Типовые задания
Работа в малых группах	Метод, направленный на участие обучающихся в работе, развитие навыков сотрудничества, межличностного общения	Методика организации работы в малых группах Типовые задания

### 2.2.2 Задания для самостоятельной работы

Тема 1. Понятие множеств. Операции над множествами

1.  $P$  – множество натуральных чисел, больших 7 и меньше 14. Выясните, какие из чисел 13, 10, 5, 7, 14 ему принадлежат, а какие не принадлежат. Ответ запишите, используя знаки  $\in$  и  $\notin$ .

2. Даны два множества:  $X = \{2, 4, 6\}$  и  $Y = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ . Верно ли, что:

- а) множества  $X$  и  $Y$  пересекаются;
- б) множество  $X$  является подмножеством множества  $Y$ ;
- в) множество  $P = \{4, 0, 6, 8, 2\}$  равно множеству  $Y$ ?

3.  $A$  – множество точек окружности,  $B$  – множество точек прямой. Из скольких элементов может состоять пересечение данных множеств? Может ли оно быть пустым?

4.  $M$  – множество однозначных чисел,  $P$  – множество нечетных натуральных чисел. Из каких чисел состоит объединение данных множеств? Содержится ли в нем числа  $-7$  и  $9$ ?

5. Из каких чисел состоит дополнение:

- а) множества натуральных чисел до множества целых чисел;
- б) множества целых чисел до множества рациональных;
- в) множества рациональных чисел до множества действительных.

6. Даны два множества  $A = \{1, 3, 5\}$  и  $B = \{2, 4\}$ . Перечислите элементы множеств  $A \times B$  и  $B \times A$ . Верно ли, что:

- а) множества  $A \times B$  и  $B \times A$  содержат одинаковое число элементов;
- б) множества  $A \times B$  и  $B \times A$  равны?

## Тема 2. Натуральные числа и нуль

1. Найдите значение выражения:

- а)  $8919 : 9 + 114240 : 21$ ;      б)  $1190 - 35360 : 34 + 271$ ;  
в)  $8631 - (99 + 44352 : 63)$ ;      г)  $48600 \cdot (5045 - 2040) : 243 - (86043 : 43 + 504) \cdot 200$ ;  
д)  $4880 \cdot (546 + 534) : 122 - 6390 \cdot (8004 - 6924) \cdot 213$ .

2. Запишите в порядке возрастания числа:

- а)  $11_7, 11_5, 11_2, 11_9$ ;  
б)  $327_8, 1101_2, 513_6, 83_9, 2012_3$ .

## Тема 3. Целые, рациональные и действительные числа. Приближённые вычисления

1. Округлите число до единиц и найдите абсолютную и относительную погрешности округления: а) 5,3; б) 9,8; в) 1,96; г) 7,5.

2. По плану рабочий должен был изготовить 60 деталей. Однако он сделал на 18 деталей больше, чем предусматривалось планом. На сколько процентов рабочий выполнил план?

3. Некоторое число уменьшили на 12 % и получили 85. Чему равна величина этого числа (с округлением до 0,01)?

## Тема 4. Структура текстовой задачи. Методы и способы решения текстовых задач

1. Задача: «Две девочки одновременно побежали навстречу друг другу по спортивной дорожке, длина которой 420 м. Когда они встретились, первая пробежала на 60 м больше, чем вторая. С какой скоростью бежала каждая девочка, если они встретились через 30 с?».

Ниже приведены два арифметических способа решений этой задачи:

1 способ

- 1)  $420 - 60 = 360$  (м)  
2)  $360 : 2 = 180$  (м)  
3)  $180 : 30 = 6$  (м/с)  
4)  $180 + 60 = 240$  (м)  
5)  $240 : 30 = 8$  (м/с)

2 способ

- 1)  $420 + 60 = 480$  (м)  
2)  $480 : 2 = 240$  (м)  
3)  $240 : 30 = 8$  (м/с)  
4)  $240 - 60 = 180$  (м)  
5)  $180 : 30 = 6$  (м/с)

Дайте пояснения к каждому действию.

## Тема 5. Решение текстовых задач

1. Решите различными арифметическими способами:

а) В двух книжных шкафах было 1536 книг. Когда из одного взяли 156 книг, а из другого в 3 раза больше, то книг в шкафах стало поровну. Сколько книг было в каждом шкафу первоначально?

б) Площадь земли, засеянная пшеницей, в 6 раз больше площади, засеянной ячменем, а площадь, засеянная рожью, в 3 раза меньше площади, засеянной пшеницей. Сколько га земли засеяно каждой культурой, если пшеницей засеяно на 480 га больше, чем рожью?

## Тема 6. Геометрические фигуры на плоскости

1. Постройте с помощью циркуля и линейки прямоугольник, у которого известны его стороны  $a$  и  $b$ .

2. Сколько можно построить параллелограммов с вершинами в трех данных точках, не лежащих на одной прямой?

## Тема 7. Геометрические фигуры в пространстве

1. Найдите объем куба по его диагонали  $3\sqrt{3}$ .

2. В прямом параллелепипеде стороны основания 3 и 6 образуют угол  $30^\circ$ . Боковая поверхность 24. Найдите его объем.

3. По стороне основания 2 и боковому ребру 3 найдите полную поверхность правильной четырехугольной призмы.

4. Высота правильной треугольной пирамиды  $2\sqrt{3}$ , а боковая грань образует с плоскостью основания угол  $60^\circ$ . Найдите объем пирамиды.

5. Найдите полную поверхность правильной четырехугольной пирамиды, если высота ее равна 2 и сторона основания 4,2.

6. В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро  $6\sqrt{2}$ , а угол между боковым

ребром и плоскостью основания  $45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.

7. Во сколько раз увеличится объем шара, если его радиус увеличить в 3 раза?

8. Диагональ осевого сечения цилиндра, равная  $4\sqrt{3}$ , образует с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите боковую поверхность цилиндра.

9. Образующая конуса  $\frac{6}{\sqrt{\pi}}$  наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите полную поверхность конуса.

10. Найдите объем конуса, радиус основания которого равен  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{\pi}}$ , а образующая наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ .

#### Тема 8. Понятие величины

1. Измерьте величину угла между указательным и средним пальцами руки при максимальном отклонении друг от друга.

2. Площадь прямоугольника равна 12 см, длины его сторон выражаются натуральными числами. Сколько различных прямоугольников можно построить согласно этим условиям?

3. Длины сторон параллелограмма 6 и 12 см, а высота его, проведенная к меньшей стороне, 10 см. Найдите высоту, проведенную к большей стороне параллелограмма.

4. Начертите круг радиуса 2 см на клетчатой бумаге и найдите его площадь, используя клетчатую бумагу как палетку, состоящую из квадратов со стороной, равной: а) 1 см; б) 0,5 см.

Вычислите площадь этого круга по формуле, приняв  $\pi = 3,14$ . Сравните полученные результаты.

#### Тема 9. Элементы комбинаторики

1. Сколько натуральных чисел, меньших 1000, можно записать, используя цифры 7, 4 и 5? Сколько среди них четных, нечетных, кратных 5?

2. В соревновании участвуют 10 спортсменов. Сколькими способами могут распределиться между ними места?

3. Сколькими способами можно выбрать 4 краски из 10 различных красок?

4. Сколькими способами можно расставить на полке 3 различные книги?

#### Тема 10. Элементы теории вероятностей

1. Студент при подготовке к экзамену не успел выучить один из 25 экзаменационных билетов. Какова вероятность того, что студенту достанется на экзамене выученный билет?

2. Брошены две игральные кости. Найдите вероятность того, что произведение выпавших на костях очков равно: а) 5; б) 4; в) 10; г) 12.

3. В ящике находятся 2 белых и 2 черных шара. Наугад вынимают 2 шара. Найдите вероятность того, что вынуты: а) 2 белых шара; б) один белый и один черный шары?

4. На стол бросаются две монеты. Исходу «орел» припишем условное численное значение 0, а исходу «решка» – 1. Составьте таблицу распределения по вероятностям  $P$  значений случайной величины  $X$  – суммы выпавших на монетах чисел. Найдите  $M(X)$ ,  $D(X)$  и  $\sigma(X)$ .

#### Тема 11. Элементы математической статистики

1. При определении различными способами плотности материала, из которого изготовлена деталь, были получены следующие данные (в  $\text{г}/\text{см}^3$ ): 6,98; 7,04; 7,01; 6,97; 7,00. Найдите среднее значение этой совокупности.

### 2.2.3 Тесты по дисциплине

1. Множество – это:

- а) совокупность объектов разной природы, обладающих одним свойством;
- б) совокупность некоторых объектов, объединенных общим свойством;
- в) совокупность объектов какой угодно природы, объединенных общим свойством.

2. Множества не бывают:

- а) бесконечными;
- б) пустыми;
- в) единичными.

3. Пусть  $A$  – множество букв слова «координата». Подмножеством множества  $A$

является множество букв слова:



4. Равными множествами являются:

- a)  $\{11\}$  и  $\{-11\}$ ; б)  $\{1, 2, 3, 4\}$  и  $\{3, 2, 1, 4\}$ ; в)  $\{8, 4, 8, 5\}$  и  $\{8, 5, 4\}$ .

5. Объединение множеств обозначается символом:



5) {2 3 8}: 6) {2 3 8}:

7. Множество общих делителей чисел 12 и 48 есть:

$$\text{В) } \{2, 3, 4, 6\}$$

8. Объединением множеств  $\{2, 4, 6, 8, 10\}$  и  $\{8, 10, 12, 14\}$  является множество:

а)  $\{8, 10, 12, 14\}$ ;      б)  $\{8, 10\}$ ;      в)  $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$ .

9. В задаче «На тарелке лежало 13 груш. Вова взял 7 груш. Сколько груш осталось на тарелке?»

- 9) В задаче «На тарелке лежало 15 груш. Дева взяла 7 груш. Сколько груш осталось на тарелке?» речь идет об операции над множествами:

  - а) объединение;
  - б) пересечение;
  - в) разность множеств.

10. Множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих множеству  $A$  и не

- принадлежащих множеству  $B$ , называется:  
а) пересечением множеств  $A$  и  $B$ ;

чностью множества  $A$  и  $B$ ;

- в) объединением множеств  $A$  и  $B$ .  
11. Пустым множеством является:

11. Пустым множеством является:

- а) множество целых корней уравнения  $x^2 - 9 = 0$ ;  
б) множество натуральных чисел, меньших 2;  
в) множество действительных корней уравнения  $\frac{1}{x} = 0$ .

12. Декартовым произведением  $A \times B$  множеств  $A = \{a, s, h\}$  и  $B = \{a\}$  является множество:

- a)  $\{(a, a), (s, a), (h, a)\}$ ;      б)  $\{(a, a), (a, s), (a, h)\}$ ;      в)  $\{(a, a)\}$ .

13. Декартовым квадратом множества  $A = \{s, h\}$  является множество:

- a)  $\{(s, s), (s, h), (h, s), (h, h)\}$ ;      б)  $\{(s, s), (s, h), (h, s)\}$ ;      в)  $\{s, h, s, h\}$ .

14. С теоретико-множественной точки зрения, натуральное число – это:

- а) число элементов во множестве, получаемое при счете;
  - б) общее свойство класса конечных равномощных множеств;
  - в) число, употребляемое при счете предметов.

15. Георетико-множественное истолкование отношения «меньше»:

- а)  $a < b \Leftrightarrow \mathbf{N}_a \subset \mathbf{N}_b$  и  $\mathbf{N}_a \neq \mathbf{N}_b$ ;  
 б)  $a < b \Leftrightarrow (\exists c \in \mathbf{N})(a + c = b)$ ;  
 в)  $a < b \Leftrightarrow b - a = c > 0$ .

16. Система счисления – это:  
предполагающее в экспоненциальной форме:

- а) представление чисел в экспоненциальной форме;
  - б) представление чисел с постоянным положением запятой;
  - в) способ представления чисел с помощью символов, имеющих определенное количественное значение.

17. Пятеричная система счисления имеет основание:



18. Виды  
19. Виды











- a) 10000; б) 60480; в) 78356?

113. Событие «После зимы наступает лето» является:  
 а) невозможным; б) случайным; в) достоверным.

114. Если  $A \cap B = V$ , то события  $A$  и  $B$ :  
 а) несовместны; б) образуют полную группу; в) противоположны.

115. В партии из 4000 семян пшеницы 50 семян не взошли. Какова вероятность появления невсхожих семян:  
 а) 0,05; б) 0,0125; в) 0,001?

116. В корзине лежат грибы, среди которых 10 % белых и 40 % рыжих. Какова вероятность того, что выбранный гриб белый или рыжий:  
 а) 0,5; б) 0,1; в) 0,04?

117. Если событие произошло 20 раз в серии из 100 независимых испытаний, то вероятность того, что событие не произойдет, равна:  
 а) 80; б) 0,8; в) 0,2.

118. Если вероятности двух независимых событий  $A$  и  $B$  равны 0,1 и 0,3, то вероятность того, что произойдет хотя бы одно из этих событий, равна:  
 а) 0,03; б) 0,37; в) 0,4.

119. Вероятность, что при аварии сработает первый сигнализатор, равна 0,8, сработает второй – 0,9. Тогда вероятность того, что при аварии сработают оба независимо работающих сигнализатора, равна:  
 а) 0,1; б) 0,72; в) 1,7.

120. Дискретная случайная величина  $X$  имеет закон распределения вероятностей, заданный таблично

$X$	0	2	3	5
$P$	0,1	0,3	0,2	0,4

Тогда ее математическое ожидание равно:  
 а) 3,2; б) 1; в) 1,7.

121. При каком значении  $k$  таблица

$X$	1	3	4	6
$P$	0,1	0,2	$k$	0,4

может быть закон распределения вероятностей некоторой дискретной случайной величины  $X$ :  
 а) 1; б) 0,5; в) 0,3.

122. Если дисперсия некоторой дискретной случайной величины  $X$  равна 1,96, то ее среднее квадратическое отклонение равно:  
 а) 1,96; б) 0,06; в) 1,4.

123. Размах вариационного ряда  $-2,35; -0,17; 0,56; 1,88; 3,05$  равен:  
 а) 3,05; б) 0,56; в) 5,4.

124. Объем выборки  $1, 1, 1, 2, 4, 4, 4, 4, 5, 5$  равен:  
 а) 10; б) 31; в) 4.

125. Для выборки  $2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5$  частота варианты 5 равна:  
 а) 3; б) 7; в) 2.

## 2.2.4 Типовые задания

## Тема 1. Понятие множеств. Операции над множествами

### 1. Назовите три элемента множества:

- а) учебных предметов, изучаемых в начальной школе;
  - б) четных натуральных чисел;
  - в) четырехугольников.

2. Запишите, используя символы:

- а) Число 14 – натуральное;  
б) Число  $-7,1$  не является целым;  
в) Число 0 – рациональное;

г)  $\sqrt{7}$  – число действительное.

3. Прочитайте следующие высказывания и укажите среди них верные:

а)  $100 \in \mathbf{N}$ ;

б)  $5,36 \in \mathbf{Q}$ ;

в)  $-7,3 \in \mathbf{R}$ ;

г)  $-8 \in \mathbf{Z}$ ;

д)  $102 \notin \mathbf{R}$ ;

е)  $\frac{3}{4} \in \mathbf{N}$ ;

ж)  $-12 \notin \mathbf{N}$ ;

з)  $\sqrt{2} \in \mathbf{Q}$ ;

и)  $0 \in \mathbf{N}$ .

4. Даны числа: 0; 7;  $-3,8$ ;  $-17$ ; 325;  $\sqrt{5}$ . Установите, какие из них:

а) натуральные;

б) целые;

в) рациональные;

г) действительные.

5.  $A$  – множество решений уравнения  $x^2 + 1 = 0$ . Верно ли, что  $A$  – пустое множество?

Приведите пример уравнения, множество решений которого состоит из:

а) одного элемента;

б) двух элементов;

в) трех элементов.

6. Запишите множество букв в слове «математика» и множество цифр в записи числа 5125353.

7. Запишите с помощью знака равенства и фигурных скобок предложения:

а)  $X$  – множество чисел 0, 1, 2, 3, 4, 5;

б)  $Y$  – множество букв а, б, с.

8. Запишите, используя символы, множество  $P$ , если оно состоит из натуральных чисел:

а) больших 100, но меньших 200;

б) меньших 150.

9. Перечислите элементы следующих множеств:

а)  $A$  – множество нечетных однозначных чисел;

б)  $B$  – множество натуральных чисел, меньших или равных 20;

в)  $C$  – множество двузначных чисел, делящихся на 10.

10. Укажите характеристическое свойство элементов множества:

а) {а, е, ё, и, о, у, э, ю, я, ы};

б) {78, 76, 74, 72, 70};

в) {111, 222, 333, 444, 555, 666, 777, 888, 999}.

11. Изобразите на координатной прямой множество решений неравенства, если  $x$  – действительное число:

а)  $x > 5$ ;

б)  $x \leq -3,8$ ;

в)  $-4,5 \leq x \leq 4$ ;

г)  $2,7 \leq x \leq 9$ .

12. Множество  $C$  состоит из квадрата, круга и треугольника. Принадлежат ли этому множеству диагональ квадрата и центр круга?

13. Известно, что элемент  $a$  содержится во множестве  $A$  и во множестве  $B$ . Следует ли из этого, что:

а)  $A \subset B$ ;

б)  $B \subset A$ ;

в)  $A = B$ ?

14. Изобразите при помощи кругов Эйлера отношения между множествами  $A$  и  $B$ , если:

а)  $A$  – множество двузначных чисел,  $B = \{3, 43, 34, 56, 103\}$ ;

б)  $A$  – множество двузначных чисел,  $B$  – множество четных натуральных чисел;

в)  $A$  – множество двузначных чисел,  $B$  – множество трехзначных чисел;

г)  $A$  – множество двузначных чисел,  $B$  – множество натуральных чисел, не меньших 10.

15. Дано множество  $P = \{3, 5, 7, 9\}$ . Образуйте всевозможные его подмножества. Сколько их должно быть?

16. Какое из данных множеств является подмножеством другого:

а)  $A$  – множество натуральных чисел, кратных 2,  $B$  – множество натуральных чисел, кратных 6,  $C$  – множество натуральных чисел, кратных 3;

б)  $A$  – множество треугольников,  $B$  – множество прямоугольных треугольников,  $C$  – множество остроугольных треугольников.

17. О каких теоретико-множественных понятиях идет речь в следующих заданиях,

выполняемых учащимися начальных классов:

- Запишите по порядку числа от 10 до 19. Подчеркните и прочтайте четные числа;
- Из ряда чисел от 1 до 20 выпишите по порядку числа, которые делятся на 5;
- Запишите три числа, которые при делении на 7 дают в остатке 4.

18. Найдите пересечение множеств  $A$  и  $B$ , если:

- $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ ,  $B = \{b, e, f, k\}$ ;
- $A = \{26, 39, 5, 58, 17, 81\}$ ,  $B = \{17, 26, 58\}$ ;
- $A = \{26, 39, 5, 58, 17, 81\}$ ,  $B = \{17, 26, 58, 5, 39, 81\}$ .

19. Из каких элементов состоит пересечение множества букв в слове «математика» и множества букв в слове «геометрия»?

20.  $M$  – множество однозначных чисел,  $P$  – множество нечетных натуральных чисел. Из каких чисел состоит пересечение данных множеств? Содержатся ли в нем числа  $-7$  и  $9$ ?

21. Начертите два треугольника так, чтобы их пересечением: а) был треугольник; б) был отрезок; в) была точка.

22. Используя координатную прямую, найдите пересечение множеств решений неравенств, в которых  $x$  – действительное число:

- а)  $x > -2$  и  $x > 0$ ;  
б)  $x > -3,7$  и  $x \leq 4$ ;  
в)  $x \geq 5$  и  $x < -7,5$ ;  
г)  $-2 < x < 4$  и  $x \geq -1$ ;  
д)  $-7 \leq x \leq 5$  и  $-6 \leq x \leq 2$ .

23. Найдите объединение множеств  $A$  и  $B$ , если:

- $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ ,  $B = \{b, e, f, k\}$ ;
- $A = \{26, 39, 5, 58, 17, 81\}$ ,  $B = \{17, 26, 58\}$ ;
- $A = \{26, 39, 5, 58, 17, 81\}$ ,  $B = \{17, 26, 58, 5, 39, 81\}$ .

24. Из каких элементов состоит объединение множества букв в слове «математика» и множества букв в слове «геометрия»?

25. Используя координатную прямую, найдите объединение множеств решений неравенств, в которых  $x$  – действительное число:

- а)  $x > -2$  и  $x > 0$ ;  
б)  $x > -3,7$  и  $x \leq 4$ ;  
в)  $x \geq 5$  и  $x < -7,5$ ;  
г)  $-2 < x < 4$  и  $x \geq -1$ ;  
д)  $-7 \leq x \leq 5$  и  $-6 \leq x \leq 2$ .

26. Назовите все множества, о которых идет речь в задаче:

- У школы посадили 4 липы и 3 березы. Сколько всего деревьев посадили у школы?
- У Коли было 6 книг. В день рождения ему подарили еще 4 книги. Сколько книг стало у Коли?

27. Найдите разность множеств  $A$  и  $B$ , если:

- $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ;
- $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \emptyset$ ;
- $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{1, 3, 5\}$ ;
- $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{6, 2, 3, 4, 5, 1\}$ .

28. Найдите дополнение множества  $Y$  до множества  $X$ , если:

- $X$  – множество точек прямой  $AB$ ,  $Y$  – множество точек отрезка  $AB$ ;
- $X$  – множество точек квадрата,  $Y$  – множество точек круга, вписанного в этот квадрат;

в)  $X$  – множество прямоугольников,  $Y$  – множество квадратов.

29.  $A$  – множество натуральных чисел, кратных 7,  $B$  – множество натуральных чисел, кратных 3,  $C$  – множество четных натуральных чисел. Из каких чисел состоят множества:

- $(A \cap B) \setminus C$ ;
- $(A \cup B) \setminus C$ ;
- $A \cap C \setminus B$ ;
- $C \cup B \setminus A$ ?

30. О какой операции и над какими множествами идет речь в следующих задачах:

- У Коли 10 книг, 2 книги он подарил товарищу. Сколько книг осталось у Коли?

б) В зале было 100 стульев. После того как вынесли несколько стульев, в зале осталось 86 стульев. Сколько стульев вынесли из зала?

31. Перечислите элементы декартова произведения  $A \times B$ , если:

- а)  $A = \{a, b, c, d\}, B = \{b, k, l\}$ ;
- б)  $A = B = \{a, b, c\}$ ;
- в)  $A = \{a, b, c\}, B = \emptyset$ .

32. Проверьте справедливость равенства  $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$  для множеств  $A = \{3, 5, 7\}, B = \{7, 9\}, C = \{0, 1\}$ .

33. Какую фигуру образуют точки, если их абсциссы принадлежат множеству  $[-2; 2]$ , а ординаты – множеству  $[-3; 3]$ ?

34. Изобразите в прямоугольной системе координат множество  $A \times B$ , если:

- а)  $A = [-2; 2], B = \{2, 3, 4\}$ ;
- б)  $A = [-2; 2], B = \{2; 4\}$ ;
- в)  $A = \mathbb{R}, B = [2; 4]$ .

Тема 2. Натуральные числа и нуль

1. Почему на уроке, где изучается число «четыре», можно использовать картинку с изображением четырех яблок, четырех карандашей, а можно воспользоваться и другими примерами четырехэлементных множеств?

2. Какой подход к определению отношения «меньше» используется при ознакомлении младших школьников с неравенством  $3 < 4$ , если выполняются следующие действия: возьмем три красных кружка и четыре синих и каждый красный кружок наложим на синий; видим, что синий кружок остался незакрытым, значит, красных кружков меньше, чем синих, поэтому можно записать:  $3 < 4$ .

3. Исходя из различных определений отношения «меньше», объясните, почему  $2 < 5$ .

4. Как, используя теоретико-множественный подход к числу, объяснить, что  $4 = 4$ ?

5. Запишите в десятичной системе счисления: XXVII, XXI, XLIV, LXII, LXXVIII, XCV, CDXXXIII, MCDVII, MCDXIX, MDCCCLXXI.

6. Запишите в римской системе счисления: 24, 117, 468, 1941, 1997, 2000.

7. Вычислите устно значение выражения:

- а)  $2746 + 7254 + 9876$ ;
- б)  $7238 + 8978 + 2768$ ;
- в)  $(4729 + 8473) + 5271$ ;
- г)  $4232 + 7419 + 5768 + 2591$ ;
- д)  $(357 + 768 + 589) + (332 + 211 + 643)$ .

8. Вычислите устно значение выражения:

- а)  $2362 - (839 + 1362)$ ;
- б)  $(1241 + 576) - 841$ ;
- в)  $(7929 + 5027 + 4843) - (2027 + 3843)$ .

9. Решите задачу арифметическим методом:

Первый овощной магазин получил с базы на 500 кг овощей больше, чем второй магазин. Первый магазин продал за день 1 т 300 кг овощей, второй – 1 т 100 кг. На сколько меньше овощей осталось к концу дня во втором магазине?

10. Выполните умножение чисел, используя запись столбиком, и объясняя каждый шаг алгоритма:

- а)  $984 \cdot 27$ ;
- б)  $7040 \cdot 234$ ;
- в)  $8276 \cdot 73$ ;
- г)  $4569 \cdot 357$ .

11. Используя свойства умножения, найдите наиболее рациональным способом значение выражения:

- а)  $8 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 125 \cdot 25$ ;
- б)  $24 \cdot (27 \cdot 125)$ ;
- в)  $(88 + 48) \cdot 125$ ;
- г)  $124 \cdot 4 + 116 \cdot 4$ ;
- д)  $(3750 - 125) \cdot 8$ ;
- е)  $1779 \cdot 1243 - 779 \cdot 1243$ .

12. Не выполняя деление, определите число цифр частного чисел:

- а) 486 и 7;
- б) 5792 и 27;
- в) 7243 и 238;
- г) 43126 и 543.

13. Не вычисляя значений выражений, поставьте знак  $>$  или  $<$ , чтобы получилось верное равенство:

- а)  $1834 : 7 \dots 783 : 9$ ;
- б)  $8554 : 91 \dots 7488 : 72$ ;

в)  $137532 : 146 \dots 253242 : 198$ ; г)  $7248 : 6 \dots 758547 : 801$ .

14. Запишите число в виде суммы степеней основания с соответствующими коэффициентами: а)  $3024_5$ ; б)  $7610_8$ ; в)  $11101_2$ .

15. Назовите наибольшее и наименьшее двузначные числа в системе счисления с основанием: а) 10; б) 8; в) 5; г) 2.

16. Для числа  $x$  назовите предшествующее и следующее за ним число, если: а)  $x = 34_5$ ; б)  $x = 50_7$ ; в)  $x = 12_3$ .

17. Запишите в двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления числа, запись которых дана в десятичной системе счисления: а) 27; б) 125; в) 306.

18. Запишите в десятичной системе счисления числа: а)  $12_3$ ; б)  $144_5$ ; в)  $201_9$ ; г)  $1011_2$ ; д)  $367_8$ ; е)  $1A3C_{16}$ .

19. Выполните действия над числами, записанными в двоичной системе счисления:

а)  $101101 + 110111$ ; б)  $11101 - 1110$ ;

в)  $111 \cdot 101$ ; г)  $11001 : 101$ .

20. Выполните действия над числами, записанными в восьмеричной системе счисления:

а)  $4312 + 2767$ ; б)  $6714 - 3505$ ;

в)  $72 \cdot 27$ ; г)  $5250 : 76$ .

21. Выполните действия над числами, записанными в шестнадцатеричной системе счисления:

а)  $54381 + 91F44$ ; б)  $C3469 - 8917A$ ;

в)  $56A \cdot 87$ ; г)  $268D : 8B$ .

22. Что меньше:  $26543_8 - 325_7$  или  $26543_7 - 325_8$ ?

*Тема 3. Целые, рациональные и действительные числа. Приближённые вычисления*

1. Пусть  $x$  – некоторое число и  $a$  – его приближенное значение. Найдите абсолютную погрешность приближения, если:

а)  $x = 10,3$ ,  $a = 10$ ; б)  $x = 0,8$ ,  $a = 1$ ;

в)  $x = 0,84$ ,  $a = 0,8$ ; г)  $x = 3,66$ ,  $a = 3,7$ .

2. Обратите число  $y$  в десятичную дробь и округлите эту дробь последовательно до десятых, до сотых, до тысячных. Найдите в каждом случае абсолютную погрешность приближения числа  $y$  десятичной дробью, если: а)  $y = \frac{1}{3}$ ; б)  $y = \frac{1}{9}$ .

3. В каких границах заключено число  $y$ , если:

а)  $y = 3 \pm 1$ ; б)  $y = 3,9 \pm 0,2$ ;

в)  $y = 6,5 \pm 0,6$ ; г)  $y = 0,4 \pm 0,15$ ?

4. Пусть  $x = 9,6 \pm 0,4$ . Может ли число  $x$  быть равным 9,6; 10,1; 10; 9,1999?

5. Вычислите приближенное значение  $x$ , равное среднему арифметическому границ и укажите, с какой точностью найдено это приближение:

а)  $6 \leq x \leq 8$ ; б)  $2 \leq x \leq 3$ ;

в)  $4,5 \leq x \leq 4,8$ ; г)  $2,81 \leq x \leq 2,83$ .

6. Докажите, что число 1,4 является приближенным значением числа 1,361 с точностью до 0,1.

7. Пусть  $y = 25,6 \pm 0,2$ . Вычислите верхнюю границу относительной погрешности приближенного значения числа  $y$ .

8. Пусть  $x = 33,4 \pm 0,1$ . С какой относительной точностью указано приближенное значение числа  $x$ ?

9. Измерив одновременно температуру воды двумя приборами, получили такие результаты:  $t = 25 \pm 1^{\circ}\text{C}$ ,  $t = 25,1 \pm 0,1^{\circ}\text{C}$ . Сравните качества этих измерений.

10. Укажите верные цифры в записи приближенного значения числа  $x$ :

а)  $x = 5,742 \pm 0,03$ ; б)  $x = 8,327 \pm 0,01$ ;

в)  $x = 0,302 \pm 0,001$ ; г)  $x = 2,418 \pm 0,002$ ;

д)  $x = 19,3 \pm 0,4$ ; е)  $x = 0,874 \pm 0,5$ ;

ж)  $x = 43,624 \pm 0,015$ ;

з)  $x = 1,174 \pm 0,025$ .

11. В записи приближенного значения числа все цифры верные. Укажите границы абсолютной погрешности данного приближения, если:

а)  $x \approx 0,37$ ;

б)  $y \approx 2,718$ ;

в)  $z \approx 16,4$ ;

г)  $p \approx 2,10$ ;

д)  $q \approx 2,101$ ;

е)  $m \approx 2,100$ ;

ж)  $l \approx 165$ ;

з)  $n \approx 2430$ .

12. В школе 800 учащихся. Среди них 408 мальчиков. Сколько процентов учащихся этой школы составляют мальчики?

13. Ученик прочитал 138 страниц, что составляет 23 % числа всех страниц в книге. Сколько страниц в книге?

14. В магазине за два дня продано 1280 кг яблок. В первый день продано 55 % всех яблок. Сколько килограммов яблок продано во второй день?

15. Известно, что 3 % вклада в сберегательный банк составляют 15000 руб. Чему равен данный вклад?

16. Число 200 увеличили на 30 %, полученное число увеличили еще на 20 %. Какое число получится в итоге?

17. Сберегательный банк начисляет по вкладу ежегодно 2 % вклада. Вкладчик внес в банк 150 тыс. руб. Какой станет сумма вклада через 2 года?

*Тема 4. Структура текстовой задачи. Методы и способы решения текстовых задач*

1. В следующих задачах выделите условия и требования:

а) Два автобуса отправились одновременно из города в село, расстояние до которого 72 км. Первый автобус прибыл в село на 15 мин. раньше второго. С какой скоростью шел каждый автобус, если скорость одного из них на 4 км/ч больше скорости другого?

б) Сумма двух чисел равна 199. Найдите эти числа, если одно из них больше другого на 61.

2. Задачи из упражнения 1 сформулируйте таким образом, чтобы предложение, содержащее требование, не содержало условий.

3. В задачах из упражнения 1 повелительную форму требований замените вопросительной, а вопросительную – повелительной.

4. Решите задачи из упражнения 1 арифметическим и алгебраическим способами.

5. Даны условия задачи: «Собрали 42 кг огурцов и  $\frac{5}{7}$  всех огурцов засолили».

Из нижеследующего списка выберите требования к данному условию и решите полученную задачу:

а) Сколько кг огурцов осталось незасоленными?

б) Сколько кг помидор осталось незасоленными?

в) Что больше – масса огурцов, которые посолили или масса огурцов, которые остались незасоленными?

6. Сформулируйте возможные требования к условию задачи:

а) Купили 12 м ткани и третью часть ткани израсходовали на платье.

б) Из деревни вышел пешеход, а через 2 ч. вслед за ним выехал велосипедист. Скорость велосипедиста 10 км/ч, а скорость пешехода 5 км/ч.

7. Какие данные необходимы для ответа на следующее требование задачи:

а) Какая часть урока использована на решение задачи?

б) Сколько платьев сшили из купленной ткани?

в) Найдите периметр прямоугольника.

8. Ученику была предложена задача: «Велосипедист ехал 2 ч. с некоторой скоростью. После того как он проедет 60 км с такой же скоростью, его путь станет равным 48 км. С какой скоростью ехал велосипедист?»

Он решил ее так:

$$1) 60 - 48 = 12 \text{ (км)}$$

2)  $12 : 2 = 6$  (км/ч)

Ответ: 6 км/ч – скорость велосипедиста.

Согласны ли вы с таким решением данной задачи?

9. Можете ли вы дать ответ на требование следующей задачи:

а) За 3 м ткани заплатили 6000 руб. Во второй раз купили 6 м ткани. Сколько денег заплатили за ткань, купленную во второй раз?

б) Два мотоциклиста едут навстречу друг другу. Скорость одного из них 62 км/ч, а скорость другого 54 км/ч. Через сколько часов мотоциклисты встретятся?

В случае если нельзя ответить на требование задачи, дополните ее условие и решите задачу.

10. Есть ли среди нижеприведенных задачи с лишними данными:

а) Объем комнаты равен  $72 \text{ м}^3$ . Высота комнаты 3 м. Найдите площадь пола комнаты, если ее длина 6 м.

б) Для посадки леса выделили участок, площадь которого 300 га. Дубы посадили на  $\frac{7}{10}$  участка, а сосны на  $\frac{3}{10}$  участка. Сколько га занято дубами и соснами.

В случае если в задаче есть лишние данные, то исключите их и решите задачу.

11. Решите арифметическим способом задачу:

а) Ученик затратил на подготовку уроков 1 ч. 50 мин. Занятия русским языком заняли на 15 мин. больше, чем географией, и на 20 мин. меньше, чем математикой. Сколько времени ушло на подготовку каждого предмета отдельно?

б) Расстояние между двумя городами по железной дороге 720 км. Два поезда одновременно выходят навстречу друг другу и встречаются через 10 ч. Скорость одного поезда на 8 км/ч больше скорости второго поезда. Найдите скорость каждого поезда.

в) Боковая сторона равнобедренного треугольника на 10 см больше основания. Периметр треугольника равен 26 см. Найдите основание треугольника.

Тема 5. Решение текстовых задач

1. Изобразите при помощи отрезков ситуацию:

- а) купили  $p$  кг яблок, а груш на  $t$  кг больше;  
б) купили  $p$  кг яблок, а груш в 2 раза больше.

Какими могут быть требования к данным ситуациям? Для каждого случая постройте модель и обозначьте на ней требования.

2. Требуется смешать 3 части песка и 2 части цемента. Сколько цемента и песка в отдельности надо взять, чтобы получить 30 кг смеси?

3. Решите следующие задачи, построив на этапе анализа вспомогательные модели; решение запишите по действиям с пояснением:

а) Мама дала трем девочкам 12 конфет предложила разделить их так, чтобы младшая получили в 3 раза, а средняя в 2 раза больше старшей. Сколько конфет достанется каждой?

б) На двух тарелках лежало 9 яблок. Когда с одной тарелки взяли одно яблоко, то на этой тарелке осталось яблок в 3 раза больше, чем на другой. Сколько яблок было на каждой тарелке?

в) У моего брата было в 6 раз больше орехов, чем у меня. После того как он отдал 10 орехов сестре, у нас орехов стало поровну. Сколько орехов было у меня и у брата первоначально?

г) Полсотни яблок разложили в корзину и два пакета. В корзину положили на 14 яблок больше, чем в каждый пакет. Сколько яблок в корзине и в пакете?

д) Школьник прочитал 18 страниц за три дня. Если бы он в первый день прочитал на одну страницу больше, а во второй день на 4 страницы меньше, то каждый день он читал бы поровну. По сколько страниц читал школьник каждый день?

4. Постройте вспомогательные модели и с их помощью найдите решения следующих задач:

а) На одной полке на 6 книг больше, чем на другой. Сколько книг нужно переложить с

одной полки на другую, чтобы книг стало поровну?

б) Если с одной полки переложить на другую 6 книг, то на обеих полках книг будет поровну. На сколько книг на одной полке больше, чем на другой?

в) На одной полке на 6 книг больше, чем на другой. На сколько книг будет больше на одной полке, чем на другой, если с первой полки переложили на другую 10 книг?

г) На первой полке на 6 книг больше, чем на второй. На сколько книг будет на первой полке больше, если со второй полки переложить на первую 10 книг?

5. Поиск плана решения проведите по вспомогательной модели; решение запишите по действиям; выполните проверку найденного решения:

а) В двух бидонах 28 л краски. Если из одного взять 3 л, а в другой добавить 2 л, то в первом станет на 7 л краски больше, чем во втором. Сколько краски в каждом бидоне?

б) На складе в 3 раза больше муки, чем в магазине. Если со склада взять 850 т муки, а магазином будет продано 50 т муки, то и на складе, и в магазине муки останется поровну. Сколько муки на складе и сколько в магазине?

в) У Наташи на 15 открыток больше, чем у Сережи. Детям подарили еще по 6 открыток. У Наташи стало в 2 раза больше открыток, чем у Сережи. Сколько открыток было у каждого первоначально?

6. Два пешехода одновременно вышли навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 18 км. Скорость одного из них 5 км/ч, а другого – 4 км/ч. Через сколько часов они встретились?

7. Два автомобиля выехали одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 600 км, и через 5 ч. встретились. Один из них ехал быстрее другого на 16 км/ч. Определите скорости автомобилей.

8. Из пункта А выехал автобус со скоростью 40 км/ч и через 12 мин. нагнал пешехода, который вышел из пункта В одновременно с началом движения автобуса из пункта А. Скорость пешехода 5 км/ч. Каково расстояние между пунктами А и В?

9. Из двух пунктов, удаленных друг от друга на 30 км, выехали одновременно в одном направлении два мотоциклиста. Скорость одного – 40 км/ч, другого – 50 км/ч. Через сколько часов второй мотоциклист догонит первого?

10. Всадник выезжает из пункта А и едет со скоростью 12 км/ч; в это же время из пункта В, отстоящего от А на 24 км, вышел пешеход со скоростью 4 км/ч. Оба движутся в одном направлении. На каком расстоянии от В всадник догонит пешехода?

11. В 7 ч. утра из Москвы со скоростью 60 км/ч выехал поезд. В 13 ч. следующего дня в том же направлении вылетел самолет со скоростью 780 км/ч. Через какое время самолет догонит поезд?

12. Два поезда отошли одновременно от одной станции в противоположных направлениях. Их скорости 60 км/ч и 70 км/ч. На каком расстоянии друг от друга будут эти поезда через 3 ч. после выхода?

13. От станции А отправился поезд со скоростью 60 км/ч. Через 2 ч. с этой же станции в противоположном направлении вышел другой поезд со скоростью 70 км/ч. Какое расстояние будет между поездами через 3 ч. после выхода второго поезда?

14. Расстояние 360 км катер проходит за 15 ч., если двигается против течения реки, и за 12 ч., если двигается по течению. Сколько времени потребуется катеру, чтобы проплыть 135 км по озеру?

15. Двум рабочим дано задание изготовить 120 деталей. Один рабочий изготавливает 7 деталей в час, а другой – 5 деталей в час. За сколько часов рабочие выполнят задание, работая вместе?

16. Длина прямоугольного поля 1536 м, а ширина 625 м. Один тракторист может вспахать это поле за 16 дней, а другой за 12 дней. Какую площадь вспашут оба тракториста, работая вместе в течение 5 дней?

17. В мастерской было два куска ткани: один длиной 104 м, а другой – 84 м. Из всей ткани сшили одинаковые платья, причем из первого куска получилось на 5 платьев больше,

чем из второго. Сколько всего платьев сшили из этой ткани?

18. Один экскаватор вынимает на  $60 \text{ м}^3$  в час больше земли, чем другой. Оба экскаватора вынули вместе  $10320 \text{ м}^3$  земли, причем первый работал 20 ч., а второй – 18 ч. С какой производительностью работал каждый экскаватор?

19. Два человека чистили картофель. Один очищал в минуту 2 картофелины, а второй – 3 картофелины. Вместе они очистили 400 штук. Сколько времени работал каждый, если второй проработал на 25 мин. больше первого?

20. В одном резервуаре  $380 \text{ м}^3$  воды, а в другом –  $1500 \text{ м}^3$ . В первый резервуар каждый час поступает  $80 \text{ м}^3$  воды, а из второго каждый час выкачивают по  $60 \text{ м}^3$  воды. Через сколько часов в резервуарах воды станет поровну?

21. Бассейн вмещает  $2700 \text{ м}^3$  воды и наполняется тремя трубами. Первая и вторая трубы вместе могут наполнить бассейн за 12 ч., а первая и третья трубы наполняют его вместе за 15 ч. За сколько часов каждая труба в отдельности наполняет бассейн, если третья труба действует вдвое медленнее второй?

Тема 6. Геометрические фигуры на плоскости

1. Постройте на данной прямой отрезок  $CD$ , равный данному отрезку  $AB$ .

2. Отложите от данной полупрямой в данную полуплоскость угол, равный данному углу.

3. Постройте середину отрезка.

4. Постройте биссектрису данного угла.

5. Через данную точку проведите прямую, перпендикулярную данной прямой.

6. Через данную точку проведите прямую, параллельную данной прямой.

7. Постройте с помощью циркуля и линейки треугольник по известным трем сторонам.

Всегда ли такое построение возможно?

8. Пользуясь циркулем и линейкой, постройте:

а) прямоугольник по диагонали и одной из сторон;

б) квадрат со стороной  $a$ ;

в) квадрат, диагональ которого задана.

9. Постройте параллелограмм по основанию  $a$ , высоте  $h$  и одной из диагоналей  $d$ .

10. Постройте параллелограмм, если известны его диагонали и угол между ними.

11. С помощью циркуля и линейки постройте ромб по:

а) известным диагоналям;

б) известной стороне и одному из углов при его вершине;

в) углу и диагонали, исходящей из вершины этого угла;

г) стороне и диагонали.

12. Постройте трапецию по основаниям и боковым сторонам.

13. По каким данным можно построить равнобедренный треугольник? Во всех возможных случаях выполните построения.

Тема 7. Геометрические фигуры в пространстве

1. Площадь поверхности куба 150. Найдите его объем.

2. Площадь поверхности куба 96. Найдите ребро куба.

3. Диагональ куба равна 3. Найдите его полную поверхность.

4. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, если стороны основания 2 и 3, а диагональ параллелепипеда  $\sqrt{38}$ .

5. В основании прямоугольного параллелепипеда лежит квадрат со стороной, равной 1.

Диагональ параллелепипеда  $\sqrt{6}$ . Найдите его объем.

6. Основание прямоугольного параллелепипеда – квадрат. Найдите объем этого параллелепипеда, если высота его 6, а диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол  $45^\circ$ .

7. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат со сторонами, равными  $\sqrt{2}$ . Найдите объем этого параллелепипеда, если его диагональ образует с плоскостью основания угол  $45^\circ$ .

8. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат. Диагональ боковой грани параллелепипеда, равная 8, образует с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Найдите объем параллелепипеда.

9. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, если стороны основания равны 6 и 8, а его диагональ наклонена к плоскости основания под углом  $45^\circ$ .

10. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда 3 и 4. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите полную поверхность параллелепипеда.

11. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна  $5\sqrt{2}$  и образует с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда, если площадь его основания равна 12.

12. Найдите площадь поверхности прямого параллелепипеда, стороны основания которого равны 8 и 12 и образуют угол  $30^\circ$ , а боковое ребро равно 6.

13. В основании призмы лежит равносторонний треугольник, площадь которого равна  $9\sqrt{3}$ . Найдите объем призмы, если ее высота в  $\sqrt{3}$  раз больше стороны основания.

14. Объем прямой призмы, основание которой – правильный треугольник, равен  $18\sqrt{3}$ , ее высота равна 8. Найдите сторону основания.

15. Все ребра прямой треугольной призмы имеют длину  $2\sqrt{3}$ . Найдите объем призмы.

16. В прямой треугольной призме стороны основания равны 3, 4 и 5, а высота равна 6. Найдите ее полную поверхность.

17. В сечении прямой призмы лежит равнобедренный прямоугольный треугольник с гипотенузой длиной  $12\sqrt{2}$ . Объем призмы равен 360. Найдите длину диагонали той боковой грани, которая проходит через катет.

18. В основании прямой призмы лежит равнобедренный прямоугольный треугольник, площадь которого равна 18. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее высота равна  $2 - \sqrt{2}$ .

19. Основанием призмы служит квадрат со стороной  $\sqrt{4 - \sqrt{3}}$ . Одна из боковых граней тоже квадрат, другая – ромб с углом  $60^\circ$ . Найдите полную поверхность призмы.

20. Найдите полную поверхность правильной четырехугольной призмы, если ее диагональ равна  $\sqrt{34}$ , а диагональ боковой грани 5.

21. Найдите боковую поверхность правильной шестиугольной призмы, наибольшая диагональ которой равна 13, а боковое ребро 5.

22. Найдите боковую поверхность правильной шестиугольной призмы, если сторона основания 3, а диагональ боковой грани 5.

23. Высота правильной треугольной пирамиды равна  $6\sqrt{3}$ . Сторона треугольника основания пирамиды равна 4. Найдите объем пирамиды.

24. Во сколько раз увеличится боковая поверхность правильной треугольной пирамиды, если стороны основания увеличить в 2 раза, а апофему – в 3 раза?

25. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 6, а боковое ребро образует с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.

26. Высота правильной треугольной пирамиды  $2\sqrt{3}$ , а боковое ребро образует с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.

27. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды 4 и образует с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Найдите с точностью до 0,1 площадь основания пирамиды.

28. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна  $\sqrt[4]{48}$ , боковая грань наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

29. Основанием пирамиды служит прямоугольник со сторонами 18 и 24. Каждое из боковых ребер равно 25. Найдите объем пирамиды.

30. В правильной четырехугольной пирамиде высота 3, боковое ребро 5. Найдите

объем пирамиды.

31. Высота правильной четырехугольной пирамиды 12, а высота ее боковой грани 15. Найдите объем пирамиды.

32. Боковая поверхность правильной четырехугольной пирамиды равна 60, сторона основания 6. Найдите объем этой пирамиды.

33. Площадь основания правильной четырехугольной пирамиды 36, а ее боковая поверхность 60. Найдите объем этой пирамиды.

34. Объем правильной четырехугольной пирамиды 48, высота 4. Найдите боковую поверхность этой пирамиды.

35. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 12, а сторона основания равна 18. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

36. Основанием пирамиды служит прямоугольник со сторонами 6 и 15. Высота пирамиды, равная 4, проходит через точку пересечения диагоналей основания. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

37. Боковая грань правильной четырехугольной пирамиды наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Площадь основания пирамиды 16. Найдите боковую поверхность пирамиды.

38. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 3. Боковая грань ее наклонена к плоскости основания под углом  $45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.

39. Апофема боковой грани правильной четырехугольной пирамиды равна  $\sqrt{3}$ , а угол между апофемой боковой грани и плоскостью основания  $60^\circ$ . Найдите объем пирамиды.

40. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания  $3\sqrt{3}$ , а боковая грань составляет с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Найдите объем пирамиды.

41. Во сколько раз увеличится объем четырехугольной пирамиды, если сторону основания увеличить в 3 раза, а высоту – в 2 раза?

42. Плоский угол при вершине правильной шестиугольной пирамиды равен  $300^\circ$ . Боковое ребро 2. Найдите боковую поверхность пирамиды.

43. Найдите объем шара радиуса 3.

44. Найдите диаметр шара, если его объем равен  $\frac{2048\pi}{3}$ .

45. Объем шара равен  $\frac{32\pi}{3}$ . Найдите шаровую поверхность.

46. Найдите площадь сферы, диаметр которой равен 6.

47. Площадь поверхности одного шара равна 393. Найдите площадь поверхности другого шара, у которого радиус в  $\sqrt{3}$  раз меньше, чем у данного.

48. Во сколько раз нужно увеличить диаметр шара, чтобы его объем увеличился в 8 раз?

49. Площадь поверхности одного шара равна 43. Найдите площадь поверхности другого шара, объем которого в 27 раз больше объема данного шара.

50. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $24\pi$ , а его объем равен  $48\pi$ . Найдите его высоту.

51. Объем цилиндра  $8\pi\sqrt{5}$ , а высота  $2\sqrt{5}$ . Найдите диагональ осевого сечения.

52. Диагональ осевого сечения цилиндра, равная  $4\sqrt{2}$ , образует с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите боковую поверхность цилиндра.

53. Площадь осевого сечения цилиндра равна  $\frac{6}{\pi}$ . Найдите площадь его боковой поверхности.

54. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $15\pi$ . Найдите площадь осевого сечения цилиндра.

55. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности прямого цилиндра, если радиус его основания увеличить в 5 раз, а высоту – в 3 раза?

56. Высота и радиус основания конуса соответственно равны 4 и 3. Найдите боковую поверхность конуса.

57. Найдите площадь боковой поверхности конуса, если образующая его равна 4, а площадь основания равна  $\frac{16}{\pi}$ .

58. Угол при вершине осевого сечения конуса равен  $60^\circ$ , а образующая равна 2. Найдите поверхность конуса.

59. Угол при основании осевого сечения конуса  $60^\circ$ , высота конуса 3. Найдите боковую поверхность конуса.

60. Осевое сечение конуса – равносторонний треугольник. Площадь боковой поверхности этого конуса равна 5. Найдите площадь полной поверхности конуса.

61. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания увеличить в 3 раза, а образующую – в 2 раза?

62. Угол при вершине осевого сечения конуса  $60^\circ$ , образующая его равна  $2\sqrt{3}$ . Найдите объем конуса.

63. Угол при основании осевого сечения конуса  $45^\circ$ , радиус основания 3. Найдите объем конуса.

64. Найдите объем конуса, высота которого 3, длина окружности основания  $4\sqrt{\pi}$ .

65. Высота конуса  $\frac{6}{\sqrt[3]{\pi}}$ , образующая  $\frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}$ . Найдите объем конуса.

66. Во сколько раз увеличится объем конуса, если радиус его основания увеличить в 4 раза, а высоту – в 2 раза?

67. Найдите объем конуса, высота которого равна 9, а длина окружности основания  $8\sqrt{\pi}$ .

68. Образующая конуса  $\frac{4}{\sqrt[3]{\pi}}$  составляет с плоскостью основания угол  $30^\circ$ . Найдите объем конуса.

#### Тема 8. Понятие величины

1. Отметьте на прямой три равных отрезка:  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$ . Чему будет равна длина каждого из этих отрезков, если за единицу длины будет выбрана длина отрезка: а)  $AB$ ; б)  $AC$ ; в)  $AD$ ?

2. Численное значение длины отрезка, измеренной при помощи единицы  $E_1$  равно 6, а измеренной при помощи единицы  $E_2$  равно 4. В каком отношении находятся между собой единицы длины  $E_1$  и  $E_2$ ?

3. Из одного куска проволоки, не разрезая его, надо сделать каркас: а) треугольной пирамиды; б) четырехугольной пирамиды; в) куба. Каждое ребро этих многогранников равно 1 см. Какова наименьшая длина такой проволоки?

4. Существуют ли на плоскости три точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ , такие, что:

- а)  $AC = 15$  см,  $AB = 8$  см,  $BC = 7$  см;
- б)  $AC = 8$  см,  $AB = 25$  см,  $BC = 40$  см;
- в)  $AC = 14$  см,  $AB = 30$  см,  $BC = 40$  см?

5. Постройте отрезок, длина которого  $4,6E$ . Каким будет численное значение длины этого отрезка, если единицу длины  $E$ : а) увеличить в 2 раза; б) уменьшить в 1,5 раза?

6. Длину стола измеряли сначала в сантиметрах, потом в дециметрах. В первом случае получили число на 108 больше, чем во втором. Чему равна длина стола?

7. Углы  $\alpha$  и  $\beta$  – смежные. Чему равен каждый из них, если: а) один из них больше другого на  $60^\circ$ ; б) один из них больше другого в 3 раза?

8. Внутри прямого угла провели луч. Вычислите градусную меру каждого из полученных при этом углов, если: а) один из них больше другого на  $89^\circ$ ; б) один из них в 90 раз больше другого; в) половина одного из них равна трети другого.

9. Пусть  $\alpha$  и  $\beta$  – смежные углы. Запишите формулу, которая связывает между собой

величины этих углов. Какой функцией является зависимость одной из этих величин от другой? Какова область ее определения и область значения? Каким будет график этой зависимости?

10. Два угла величиной  $40^\circ$  и  $50^\circ$  имеют общую сторону. Какой угол могут образовывать другие их стороны? Ответьте на тот же вопрос, если даны углы  $140^\circ$  и  $150^\circ$ .

11. Углы  $BAK$  и  $CAM$  – прямые. Угол  $CAK$  равен  $10^\circ$ . Найдите величину угла  $BAM$ . Решите задачу в общем виде для произвольного по величине угла  $CAK$ .

12. Площадь фигуры  $F$  равна сумме площадей фигур  $F_1$  и  $F_2$ . Значит ли это, что фигура  $F$  составлена из фигур  $F_1$  и  $F_2$ ?

13. Два треугольника имеют равные площади. Следует ли из этого, что они равны?

14. Известно, что  $S(F_1) > S(F_2)$ . Следует ли отсюда, что  $F_2 \subset F_1$ .

15. Верно ли, что:

а) Численные значения площади одной и той же фигуры могут быть различными?

б) Численные значения неравных фигур могут быть равными?

в) Равновеликие фигуры равны?

16. Известно, что площадь фигуры  $34,78 \text{ см}^2$ . Каким будет численное значение площади этой фигуры, если измерить ее в квадратных дециметрах?

17. Прямые  $a$  и  $b$  параллельны. Точка  $B$  движется по прямой  $b$ , занимая положение  $B_1, B_2, B_3$  и т. д., а точки  $A$  и  $C$  остаются неподвижными. Равновелики ли треугольники  $AB_1C, AB_2C$  и т. д.?

18. На фигуру  $F$  наложили палетку и подсчитали, что внутри фигуры  $F$  содержится фигура, составленная из 28 единичных квадратов, а фигура  $F$  содержится внутри фигуры, состоящей из 35 единичных квадратов. Каково приближенное значение площади фигуры  $F$ ?

### Тема 9. Элементы комбинаторики

1. Школьники из Волгограда собрались на каникулы поехать в Москву, посетив по дороге Нижний Новгород. Из Волгограда в Нижний Новгород можно отправиться на теплоходе или поезде, а из Нижнего Новгорода в Москву – на самолете, теплоходе или автобусе. Сколькоими различными способами могут ребята осуществить свое путешествие? Назовите все возможные варианты этого путешествия.

2. Сколько различных двузначных чисел можно записать, используя цифры 3, 4, 5 и 6? Сколько различных двузначных чисел можно записать, используя при записи числа каждую из указанных цифр только один раз? Запишите эти числа.

3. Сколько трехзначных чисел можно составить из трех различных, не равных нулю цифр?

4. Сколько всевозможных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3 и 4 так, чтобы цифры в записи числа не повторялись? Изменится ли решение этой задачи, если вместо цифры 4 будет дана цифра 0?

5. Сколько всевозможных четырехзначных чисел можно составить, используя для записи цифры 1, 2, 3 и 4? Какова разность между самым большим и самым маленьким из них?

6. Сколько пятизначных чисел, первые (слева) три цифры которых 2, 3 и 4, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5? Изменится ли ответ в этой задаче, если цифры в записи числа не будут повторяться?

7. Из цифр 0, 1, 2, 3, 4 составляют всевозможные пятизначные числа, причем так, что в записи каждого числа содержатся все данные цифры. Сколько можно составить таких чисел? Чему будет равна разность между наибольшим и наименьшим из полученных чисел?

8. Покажите, что в нижеприведенных задачах рассматриваются размещения и найдите число размещений:

а) Из 20 учащихся класса надо выбрать старосту, его заместителя и редактора газеты. Сколькоими способами это можно сделать?

б) В классе изучаются 7 предметов. В среду 4 урока, причем все разные. Сколькоими способами можно составить расписание на среду?

в) Сколько всевозможных трехзначных чисел можно записать, используя цифры 3, 4, 5

и 6?

9. Покажите, что в следующих задачах рассматриваются сочетания и найдите число сочетаний:

а) Сколькими способами можно выбрать из 6 человек комиссию, состоящую из трех человек?

б) Сколькими способами можно выбрать 3 цветных ручки из 6 различных цветных ручек?

10. Два человека пожали друг другу руки. Сколько было рукопожатий? А если 15 человек пожали друг другу руки, то сколько было рукопожатий?

11. 15 человек сыграли друг с другом по одной партии в шахматы. Сколько было сыграно партий?

12. На плоскости отметили 7 точек. Каждые две точки соединили отрезком. Сколько получилось отрезков?

13. Решите следующие задачи, используя формулы:

а) Сколько словарей необходимо переводчику, чтобы он мог переводить непосредственно с любого из четырех языков – русского, английского, немецкого и французского – на любой другой из этих языков?

б) Государственные флаги некоторых стран состоят из трех горизонтальных полос разного цвета. Сколько различных вариантов флагов с белой, синей и красной полосами можно составить?

в) Мальчик выбрал в библиотеке 5 книг. По правилам библиотеки одновременно можно взять только 2 книги. Сколько у мальчика вариантов выбора двух книг из пяти?

г) Четыре друга собрались на футбольный матч. Но им удалось купить только 3 билета. Из скольких вариантов им надо выбрать тройку счастливцев? Как осуществить выбор, чтобы у всех ребят были равные шансы попасть на матч?

д) В классе 3 ученика хорошо поют, 2 других играют на гитаре, а еще 1 умеет показывать фокусы. Сколькими способами можно составить концертную бригаду из певца, гитариста и фокусника?

е) Задача Леонарда Эйлера. Троє господ при входе в ресторан отдали швейцару свои шляпы, а при выходе получили их обратно. Сколько существует вариантов, при которых каждый из них получит чужую шляпу?

ж) Имеется ткань двух цветов: голубая и зеленая, и требуется обить диван, кресло и стул. Сколько существует различных вариантов обивки этой мебели?

14. Ниже приведены комбинаторные задачи для учащихся начальных классов. Решите их методом перебора и используя формулы комбинаторики:

а) Аня, Боря, Вера и Гена – лучшие лыжники школы. На соревнования надо выбрать из них троих. Сколькими способами можно это сделать?

б) Круг разделили на 2 части и решили раскрасить их карандашами разных цветов. Сколькими способами можно это сделать, если имеются красный, зеленый и синий карандаши?

в) При изготовлении авторучки корпус и колпачок могут иметь одинаковый или разный цвет. На фабрике есть пластмасса 4 цветов: белого, красного, синего и зеленого. Какие отличающиеся по цвету ручки можно изготовить?

г) На прямой взяли 4 точки. Сколько всего получилось отрезков, концами которых являются эти точки?

д) За свои рисунки ученик получил две положительные отметки. Какими они могут быть?

е) В соревнованиях участвуют 5 футбольных команд. Каждая команда играет один раз с каждой из остальных команд. Сколько матчей будет сыграно?

Тема 10. Элементы теории вероятностей

1. В ящике находятся 2 белых и 3 черных шара. Наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что вынутый шар: а) белый; б) черный; в) зеленый; г) белый или черный?

2. В ящике находятся 2 белых, 3 черных, 4 красных шара. Наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что этот шар: а) белый; б) черный; в) красный; г) не белый; д) не черный; е) не красный?

3. На карточках написаны числа от 1 до 10. Карточки перевернули числами вниз и перемешали. Какова вероятность того, что на вынутой карточке окажется число: а) 7; б) четное; в) кратное 3; г) кратное 4; д) делящееся на 5; е) простое?

4. Таня забыла последнюю цифру номера телефона подруги и набрала ее наугад. Какова вероятность того, что Таня попала к своей подруге?

5. В лотерее 1000 билетов, среди которых 20 выигрышных. Приобретается один билет. Какова вероятность того, что этот билет: а) выигрышный; б) невыигрышный?

6. Из колоды 36 карт наугад вынимается одна карта. Какова вероятность того, что это карта: а) шестерка треф; б) семерка; в) король красной масти; г) карта бубновой масти с числом; д) карта червовой масти с четным числом?

7. Деревянный окрашенный кубик  $3 \times 3$  распилили на 27 одинаковых кубиков  $1 \times 1$ . Кубики перемешали и выбрали наугад один из них. Найдите вероятность события: а)  $A$  – окрашены три грани; б)  $B$  – окрашены 2 грани; в)  $C$  – окрашена только одна грань; г)  $D$  – нет ни одной окрашенной грани.

8. Бросаются две монеты. Какова вероятность того, что: а) выпадут две решки; б) выпадут орел и решка?

9. Бросаются две монеты – копейка и пятак. Какова вероятность того, что: а) на обеих монетах появится орел; б) на копейке появится орел, а на пятаке – решка?

10. Бросаются две игральные кости – желтая и зеленая. Какова вероятность того, что появятся:

- а) на желтой кости 2 очка, на зеленой 3 очка;
- б) на одной кости 2 очка, а на другой 3 очка;
- в) на желтой кости 5 очков;
- г) на желтой кости четное число очков;
- д) на обеих костях четные очки;
- е) на желтой кости число очков, кратное 3, а на зеленой – четное число очков;
- ж) на обеих костях одинаковые очки;
- з) очки, сумма которых равна 3;
- и) очки, сумма которых не больше 3;
- к) очки, сумма которых равна 11;
- л) очки, сумма которых равна 10;
- м) очки, сумма которых не меньше 10?

11. На трех карточках написаны цифры 1, 2 и 3. Случайным образом из этого набора выбирают последовательно по одной карточке и кладут в ряд, образуя трехзначное число. Какова вероятность того, что образуется число: а) 321; б) 231?

12. Четыре одинаковых шара пронумерованы числами 1, 2, 3, 4 и сложены в ящик. Случайным образом из ящика извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что шары были извлечены в последовательности: а) 4, 2, 1, 3; б) 4, 3, 2, 1?

13. Брошены три игральные кости. Какова вероятность того, что: а) на всех костях выпало по 2 очка; б) на двух костях выпало по 2 очка, а на одной – 6 очков?

14. На каждой из двух карточек написана цифра 1, а на третьей – цифра 2. Эти три карточки перемешиваются и случайным образом выкладываются в ряд. Какова вероятность того, что образовалось число: а) 112; б) 121?

15. Из 4 шаров, занумерованных числами 1, 2, 3 и 4, наугад выбирают 2 шара. Какова вероятность того, что вынутые шары имеют номера 2 и 3?

16. В ящике лежат один белый и три черных шара. Наугад вынимают 2 шара. Какова вероятность того, что вынуты: а) 2 черных шара; б) белый и черный шары?

17. Из колоды 36 карт наугад вынимают 2 карты. Какова вероятность того, что это: а) дама треф и валет пик; б) две шестерки?

18. На основании таблицы распределения по вероятностям  $P$  значений случайной величины  $X$  найдите ее математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma(X)$ :

$X$	1	2	3	4
$P$	0,1	0,3	0,4	0,2

$X$	1	2	3	4	5
$P$	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1

19. Составьте таблицу распределения по вероятностям  $P$  значений случайной величины  $X$  – числа очков, появившихся при бросании: а) обычного игрального кубика; б) кубика, на двух гранях которого отмечено 1 очко, на двух гранях – 2 очка, на двух гранях – 3 очка; в) кубика, на трех гранях которого отмечено 1 очко, на двух – 2 очка, на одной грани – 3 очка; г) кубика, на двух гранях которого отмечено 1 очко, на трех – 2 очка, на одной – 3 очка. Найдите  $M(X)$ ,  $D(X)$  и  $\sigma(X)$ .

20. На стол одновременно бросаются два игральных тетраэдра, грани каждого из которых пронумерованы числами 1, 2, 3 и 4. Составьте таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины  $X$  – суммы очков на гранях тетраэдров, касающихся поверхности стола. Найдите  $M(X)$ ,  $D(X)$  и  $\sigma(X)$ .

21. На стол одновременно бросаются игральный кубик и игральный тетраэдр, грани которого пронумерованы числами 1, 2, 3 и 4. Составьте таблицу распределения по вероятностям значений случайной величины  $X$  – суммы очков, выпавших на кубике и на грани тетраэдра, касающейся поверхности стола. Найдите  $M(X)$ ,  $D(X)$  и  $\sigma(X)$ .

### Тема 11. Элементы математической статистики

1. Составьте таблицу распределения по частотам значений случайной величины  $X$  – цифр, встречающихся на ценниках товаров некоторого киоска (в рублях): 73, 102, 225, 30, 44, 68, 76, 5, 90, 119, 86, 24, 37, 207, 8, 45, 51, 13, 201, 69.

2. В таблице записаны размеры обуви 20 девочек 9 класса:

34	35	35	35	36	36	36	36	37	37
37	37	37	37	38	38	38	39	39	40

На основании этих данных составьте таблицы распределения по частотам и относительным частотам значений случайной величины  $X$  – размеров обуви девочек 9 класса.

3. В таблице приведены размеры одежды 50 учащихся 9 класса:

50	40	44	44	46	46	44	48	46	44
38	44	48	50	40	42	50	46	54	44
42	42	52	44	46	38	46	42	44	48
46	48	44	40	52	44	48	50	46	46
48	40	46	42	44	50	46	44	46	48

На основании этих данных составьте таблицы распределения по частотам и относительным частотам значений случайной величины  $X$  – размеров одежды учащихся 9 класса.

4. На основании данных частотной таблицы построить таблицу распределения значений величины  $X$  по относительным частотам:

$X$	1	2	3	4	5
$M$	2	3	5	8	12

$X$	1	2	3	4	5	6
$M$	2	5	15	20	5	3

Постройте столбчатую и круговую диаграммы относительных частот распределения значений величины  $X$ .

5. Постройте полигон частот и полигон относительных частот значений случайной величины  $X$ , распределение которой представлено в таблице:

$X$	11	12	13	14	15
$M$	3	0	5	7	5

$X$	23	24	25	26	27	28
$M$	6	5	2	3	1	3

6. Найдите размах, моду и медиану совокупности значений некоторой случайной величины  $X$ :

- a) 1, 1, 2, 2, 2, 3, 5, 5, 6, 6, 6, 9;
- б) -4, -2, -2, -1, 0, 2, 2, 2, 5, 7.

Постройте полигон частот значений величины  $X$ . Укажите размах и моду совокупности.

7. Найдите размах, моду и медиану совокупности значений величины  $X$ :

a)	<table border="1"><tr><td><math>X</math></td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td><math>M</math></td><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>3</td></tr></table>	$X$	2	3	4	5	$M$	3	4	1	3
$X$	2	3	4	5							
$M$	3	4	1	3							

б)	<table border="1"><tr><td><math>X</math></td><td>-1</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td><math>M</math></td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>4</td><td>1</td></tr></table>	$X$	-1	2	3	5	6	$M$	2	3	4	4	1
$X$	-1	2	3	5	6								
$M$	2	3	4	4	1								

Постройте полигон частот значений величины  $X$ . Укажите на нем размах, моду и медиану совокупности.

8. Найдите размах, моду и медиану выборки:

- а) 1, 3, -2, 4, -2, 0, 2, 3, 1, -2, 4;
- б) 0,2; 0,4; 0,1; 0,5; 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 0,6.

9. Найдите среднее значение выборки:

- а) 3, 4, 1, 2, 5;
- б) 2, -5, 4, -3, -2, 1;
- в) -2, -2, 3, 3, 3, 5, 5;
- г) 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6.

10. Найдите среднее значение случайной величины  $X$ :

a)	<table border="1"><tr><td><math>X</math></td><td>-1</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td><math>M</math></td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>2</td></tr></table>	$X$	-1	2	3	5	$M$	3	4	5	2
$X$	-1	2	3	5							
$M$	3	4	5	2							

б)	<table border="1"><tr><td><math>X</math></td><td>0</td><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td><math>M</math></td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>3</td><td>2</td></tr></table>	$X$	0	1	3	5	6	$M$	4	5	6	3	2
$X$	0	1	3	5	6								
$M$	4	5	6	3	2								

Постройте полигон частот значений величины  $X$  и найдите среднее значение совокупности.

11. Педагогический стаж восьми учителей школы, работающих в старших классах, следующий (лет): 5, 8, 15, 12, 17, 14, 18, 9. Найдите среднее и медиану выборки.

12. Девочки 9 класса на уроке физкультуры при прыжках взяли высоты, величины которых (в см) учитель записал в журнал: 90, 125, 125, 130, 130, 135, 135, 135, 140, 140, 140. Какая высота прыжка наилучшим образом характеризует спортивную подготовку девочек класса?

### Задания для контрольной работы

#### Контрольная работа № 1 Операции над множествами Вариант 1

Даны множества  $A = \{x \in R \mid -5 < x \leq 6\}$  и  $B = \{x \in R \mid -2 \leq x < 4\}$ . Изобразите и запишите с указанием характеристического свойства результат каждой операции: а)  $A \cup B$ ; б)  $A \cap B$ ; в)  $A \setminus B$ ; г)  $B \setminus A$ ; д)  $\bar{A}$ ; е)  $\bar{B}$ ; ж)  $A \times B$ ; з)  $B \times A$ .

#### Вариант 2

Даны множества  $A = \{x \in R \mid -3 \leq x < 4\}$  и  $B = \{x \in R \mid -1 < x \leq 6\}$ . Изобразите и запишите с указанием характеристического свойства результат каждой операции: а)  $A \cup B$ ; б)  $A \cap B$ ; в)  $A \setminus B$ ; г)  $B \setminus A$ ; д)  $\bar{A}$ ; е)  $\bar{B}$ ; ж)  $A \times B$ ; з)  $B \times A$ .

#### Контрольная работа № 2

##### Действия над числами в системах счисления, отличных от десятичной

##### Вариант 1

1. Переведите числа:

- а)  $245_{10}$ ,  $3125_{10}$  в римскую систему счисления;
- б) CCCXLVIII, MCCLVII в десятичную систему счисления.

2. Переведите числа в десятичную систему счисления:  $123_4$ ,  $1000_6$ ,  $65_7$ .

3. Найдите основание системы счисления  $x$ , для которого выполняется равенство:  $83_x + 204_x = 342_x$ .

4. Переведите число:

- а)  $278_{10}$  в двоичную систему счисления;
- б)  $101101110_2$  в десятичную систему счисления.

5. Переведите число:

- а)  $189_{10}$  в восьмеричную систему счисления;
- б)  $554_8$  в десятичную систему счисления.

6. Переведите число:

- а)  $981_{10}$  в шестнадцатеричную систему счисления;

б)  $AC_{16}$  в десятичную систему счисления.

7. Вычислите:

а)  $101110_2 + 101101_2$ ; б)  $100011_2 - 11001_2$ ; в)  $101_2 \cdot 110_2$ .

*Вариант 2*

1. Переведите числа:

а)  $728_{10}$ ,  $1479_{10}$  в римскую систему счисления;

б)  $CMLXXXI$ ,  $MMCXCIX$  в десятичную систему счисления.

2. Переведите числа в десятичную систему счисления:  $2000_3$ ,  $34_5$ ,  $246_9$ .

3. Найдите основание системы счисления  $x$ , для которого выполняется равенство:  $101_x + 25_x = 126_x$ .

4. Переведите число:

а)  $354_{10}$  в двоичную систему счисления;

б)  $100101010_2$  в десятичную систему счисления.

5. Переведите число:

а)  $509_{10}$  в восьмеричную систему счисления;

б)  $472_8$  в десятичную систему счисления.

6. Переведите число:

а)  $783_{10}$  в шестнадцатеричную систему счисления;

б)  $EF8_{16}$  в десятичную систему счисления.

7. Вычислите:

а)  $111011_2 + 110011_2$ ; б)  $101101_2 - 10011_2$ ; в)  $110_2 \cdot 101_2$ .

*Контрольная работа № 3*

*Вероятность событий и дискретные случайные величины*

*Вариант 1*

1. Бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков.

2. В ящике 5 новых и 10 старых теннисных мячей. Наудачу извлекают 3 мяча. Найдите вероятность того, что: а) все мячи старые; б) извлечено 2 старых и 1 новый.

3. В магазине стоят два платежных терминала. Первый терминал может быть неисправен с вероятностью 0,05, а второй – с вероятностью 0,1. Найдите вероятность того, что хотя бы один терминал исправен.

4. Две фабрики шьют одинаковую школьную форму. Первая фабрика шьет 45 % школьной формы, а вторая – 55 %. Первая фабрика выпускает 3 % брака, а вторая – 5 %. Найдите вероятность того, что случайно купленная в магазине школьная форма окажется бракованной.

5. Закон распределения дискретной случайной величины  $X$  задан таблично:

$X$	14	18	23	28	30
$p$	0,1	0,4	0,3	0,1	0,1

Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

*Вариант 2*

1. Бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков.

2. В ящике 6 яблок и 9 груш. Наудачу извлекают 3 фрукта. Найдите вероятность того, что: а) все фрукты яблоки; б) извлечено 2 яблока и 1 груша.

3. В офисе банке стоят два банкомата. Первый банкомат может быть неисправен с вероятностью 0,03, а второй – с вероятностью 0,07. Найдите вероятность того, что хотя бы один банкомат исправен.

4. Две типографии печатают одинаковые школьные учебники. Первая типография печатает 65 % школьных учебников, а вторая – 35 %. Первая типография допускает 3 % брака, а вторая – 2 %. Найдите вероятность того, что случайно купленный в магазине школьный

учебник окажется бракованным.

5. Закон распределения дискретной случайной величины  $X$  задан таблично:

$X$	12	16	21	26	30
$p$	0,2	0,1	0,4	0,2	0,1

Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

### 2.3 Типовые контрольные задания, используемые для промежуточной аттестации по дисциплине

#### 2.3.1 Примерный перечень вопросов к экзамену по дисциплине

1. Понятие множества. Два способа задания множеств. Числовые множества. Промежутки.
2. Отношения между множествами: подмножество, равенство.
3. Операции над множествами: пересечение, объединение и разность. Основные свойства этих операций.
4. Декартово произведение двух множеств. Графическое представление.
5. Теоретико-множественный смысл натурального числа, нуля и отношения «меньше» на множестве натуральных чисел.
6. Позиционные и непозиционные системы счисления. Сложение, вычитание, умножение и деление чисел в двоичной системе счисления.
7. Понятие целых, рациональных и действительных чисел.
8. Приближенные вычисления.
9. Три правила округления числа.
10. Абсолютная и относительная погрешности.
11. Понятие текстовой задачи. Структура текстовой задачи.
12. Методы решения текстовых задач: арифметический и алгебраический.
13. Этапы решения текстовой задачи: анализ, поиск и составление плана решения, осуществление плана решения, проверка решения.
14. Моделирование в процессе решения текстовых задач.
15. Решение задач «на части».
16. Решение задач на движение (встречное движение, в одном направлении, в противоположных направлениях, движение по реке).
17. Понятие геометрической фигуры на плоскости. Примеры. Основные свойства геометрических фигур (плоские, выпуклые, невыпуклые).
18. Основные понятия многогранников.
19. Основные понятия тел вращения.
20. Понятие величины. Однородные величины. Основные свойства величин.
21. Некоторые величины и их измерение: длина отрезка, площадь фигуры, масса тела, объем тела.
22. Понятие комбинаторики. Правило суммы и правило произведения. Размещения, перестановки и сочетания.
23. Понятие случайного события. Операции над событиями: сумма, произведение, дополнение. Их свойства. Достоверное и невозможное события. Поле событий. Полная группа событий.
24. Три аксиомы теории вероятностей. Условная вероятность. Три следствия из аксиом. Классическое определение вероятности события.
25. Формулировка теоремы сложения вероятностей для 2-х и 3-х совместимых событий.
26. Правило умножения вероятностей независимых событий. Вероятность появления хотя бы одного из независимых событий.
27. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.

28. Понятие случайной величины. Дискретная случайная величина. Числовые характеристики дискретных случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение).

29. Математическая статистика. Две задачи. Выборочный метод.

30. Простейшие характеристики выборки: вариационный ряд, размах, мода и медиана.

31. Представление данных графически (полигон частот, график эмпирической функции).

### **2.3.2 Примерный экзаменационный билет по дисциплине**

Билет № \_\_\_\_

1. Отношения между множествами: подмножество, равенство.

2. Понятие геометрической фигуры на плоскости. Примеры. Основные свойства геометрических фигур (плоские, выпуклые, невыпуклые).

3. Решите задачу арифметическим способом.

Ручка в 2 раза дороже карандаша, а ластик в 3 раза дешевле карандаша. Ручка, карандаш и ластик стоят вместе 400 руб. Сколько стоит ластик?

4. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос по теме «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.