

Приложение 2 к рабочей программе дисциплины
«Математика»

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОЛЖСКИЙ ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ, ПЕДАГОГИКИ И ПРАВА»

Юридический факультет

Фонд оценочных средств
по дисциплине
«Математика»

Направление подготовки:
44.03.02 Психолого-педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы:
Психолого-педагогическое сопровождение образования и педагогическая деятельность в дошкольном образовании

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Квалификация выпускника:
«бакалавр»

Оглавление

| | |
|--|----|
| 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания | 3 |
| 2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы | 1 |
| 2.1. Типовые контрольные задания, используемые для проведения входного контроля | 1 |
| 2.2 Типовые контрольные задания, используемые для промежуточной аттестации по дисциплине | 1 |
| 2.2.1. Примерный перечень вопросов к зачету (зачету с оценкой) | 1 |
| 2.2.2 Примерное задание на зачет (зачет с оценкой) | 3 |
| 2.3 Методические материалы и типовые контрольные задания, используемые для текущего контроля по дисциплине | 3 |
| 2.3.1 Методические материалы, используемые для текущего контроля знаний по дисциплине | 3 |
| 2.3.2 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение | 4 |
| 2.3.3 Задания для самостоятельной работы | 5 |
| 2.3.4 Тесты по дисциплине | 14 |
| 2.3.5 Типовые задания | 18 |
| 2.3.6 Задания для контрольной работы | 22 |
| 2.3.7 Методика проведения лекции-беседы | 24 |
| 2.3.8 Методика организации работы в малых группах | 25 |
| 3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине | 27 |
| 3.1 Балльно-рейтинговая система оценки успеваемости по дисциплине | 27 |

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

| Перечень компетенций | Показатели оценивания компетенций | Критерии оценивания компетенций | Этапы формирования компетенций | Шкала оценивания |
|--|---|--|--------------------------------|---------------------------------------|
| Способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1) | <ul style="list-style-type: none"> – знает символику, понятия и утверждения математического анализа, теории вероятностей и математической статистики в рамках данной дисциплины; – умеет применять математический инструментальный для сбора и анализа информации; – владеет навыками применения системного подхода для решения поставленных задач | <ul style="list-style-type: none"> – знает отдельную символику, понятия и утверждения математического анализа, теории вероятностей и математической статистики в рамках данной дисциплины; – умеет при помощи наставника применять математический инструментальный для сбора и анализа информации; – владеет по инструкции преподавателя навыками применения системного подхода для решения поставленных задач | Начальный | удовлетворительно (61 – 75 баллов) |
| | | <ul style="list-style-type: none"> – знает основную символику, понятия и утверждения математического анализа, теории вероятностей и математической статистики в рамках данной дисциплины; – умеет в большинстве случаев самостоятельно применять математический инструментальный для сбора и анализа информации; – владеет в большинстве случаев самостоятельно навыками применения системного подхода для решения поставленных задач | Основной | хорошо (76 – 90 баллов) |
| | | <ul style="list-style-type: none"> символику, понятия и утверждения математического анализа, теории вероятностей и математической статистики в рамках данной дисциплины; – умеет применять математический инст- | Завершающий | отлично (91 – 100 баллов) |

| Перечень компетенций | Показатели оценивания компетенций | Критерии оценивания компетенций | Этапы формирования компетенций | Шкала оценивания |
|---|--|--|--------------------------------|---------------------------------------|
| | | <p>рументарий для сбора и анализа информации;</p> <p>– владеет навыками применения системного подхода для решения поставленных задач</p> | | |
| Способность участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий) (ОПК-2) | <p>– знает математические основы информатики: математическую логику, теорию множеств;</p> <p>– умеет применять математические и статистические методы при обработке информации;</p> <p>– владеет навыками применения информационно-коммуникационных технологий в образовании</p> | <p>– знает некоторые математические основы информатики: математическую логику, теорию множеств;</p> <p>– умеет при помощи преподавателя применять математические и статистические методы при обработке информации;</p> <p>– владеет по инструкции преподавателя навыками применения информационно-коммуникационных технологий в образовании</p> | Начальный | удовлетворительно (61 – 75 баллов) |
| | | <p>– знает базовые математические основы информатики: математическую логику, теорию множеств;</p> <p>– умеет в большинстве случаев самостоятельно применять математические и статистические методы при обработке информации;</p> <p>– владеет в большинстве случаев самостоятельно навыками применения информационно-коммуникационных технологий в образовании</p> | Основной | хорошо (76 – 90 баллов) |

| Перечень компетенций | Показатели оценивания компетенций | Критерии оценивания компетенций | Этапы формирования компетенций | Шкала оценивания |
|-----------------------------|--|---|---------------------------------------|------------------------------|
| | | <ul style="list-style-type: none">– знает математические основы информатики: математическую логику, теорию множеств;– умеет применять математические и статистические методы при обработке информации;– владеет навыками применения информационно-коммуникационных технологий в образовании | Завершающий | отлично (91 – 100 баллов) |

2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

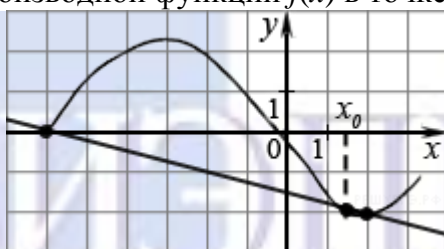
2.1. Типовые контрольные задания, используемые для проведения входного контроля

1. В школе французский язык изучают 124 учащихся, что составляет 25 % от числа всех учащихся школы. Сколько учащихся в школе?

2. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов – первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

3. Найдите корень уравнения $\log_5(4 + x) = 2$.

4. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



5. Решите уравнение $\sqrt{\frac{1}{15-4x}} = 0,2$.

6. Плиточник должен уложить 175 м² плитки. Если он будет укладывать на 10 м² в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

7. Найдите наибольшее значение функции $y = 14x - 7\operatorname{tg} x - 3,5\pi + 11$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

8. Найдите $\frac{10\cos\alpha + 4\sin\alpha + 15}{2\sin\alpha + 5\cos\alpha + 3}$, если $\operatorname{tg}\alpha = -2,5$.

2.2 Типовые контрольные задания, используемые для промежуточной аттестации по дисциплине

2.2.1. Примерный перечень вопросов к зачету (зачету с оценкой)

1. Понятие множества. Способы задания множеств. Мощность множества.
2. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера. Свойства операций над множествами.
3. Числовые множества.
4. Декартово произведение множеств.
5. Основные формулы комбинаторики: правило суммы, правило произведения, размещения, перестановки и сочетания.
6. Высказывания. Простые и составные высказывания.
7. Основные операции над высказываниями. Их свойства.
8. Таблица истинности логического выражения.
9. Определение и основные свойства функции.
10. Основные способы задания функций. Простейшие, сложные и элементарные функции.
11. Предел переменной. Окрестность точки. Конечный и бесконечный предел функции в точке и на бесконечности.

12. Бесконечно малые, бесконечно большие и ограниченные функции. Их свойства.
13. Формулировки основных теорем о пределах функций. Следствия из теорем.
14. Неопределенности вида $(0/0)$, $(\infty - \infty)$, (∞/∞) , $(0 \cdot \infty)$.
15. Первый замечательный предел. Основные следствия.
16. Число e . Второй замечательный предел.
17. Определение производной, ее геометрический и физический смысл.
18. Дифференцируемость и непрерывность функции. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала функции в точке.
19. Формулы и правила дифференцирования.
20. Дифференцирование сложной функции.
21. Определение монотонных функций. Достаточные условия монотонности.
22. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума.
23. Наибольшее и наименьшее значения функции.
24. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.
25. Асимптоты графика функции.
26. План полного исследования функции и построения ее графика.
27. Первообразная и неопределенный интеграл.
28. Основные свойства неопределенного интеграла.
29. Таблица неопределенных интегралов основных элементарных функций.
30. Метод непосредственного интегрирования.
31. Метод интегрирования заменой переменной.
32. Метод интегрирования по частям. Три группы интегралов, вычисляемые методом интегрирования по частям.
33. Определение определенного интеграла. Теорема существования определенного интеграла.
34. Основные свойства определенного интеграла.
35. Вычисление определенного интеграла: формула Ньютона-Лейбница, теорема о замене переменной и об интегрировании по частям.
36. Несобственные интегралы I рода.
37. Вычисление площади плоской фигуры с помощью определенного интеграла.
38. Понятие случайного события и испытания. Эквивалентные и противоположные события. Сумма событий и ее свойства. Произведение событий и его свойства.
39. Достоверное и невозможное события. Определение поля событий. Совместимые и несовместимые события. Определение полной группы событий.
40. Понятие вероятности события. Аксиомы теории вероятностей. Определение условной вероятности события.
41. Три простейших следствия из аксиом теории вероятностей. Равновозможные события. Классическое определение вероятности события. Понятие об относительной частоте и статистической вероятности события.
42. Теорема сложения вероятностей совместимых событий.
43. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Правило умножения вероятностей независимых событий.
44. Обобщение теоремы сложения вероятностей на случай n независимых в совокупности событий. Вероятность появления хотя бы одного из равновозможных событий, независимых в совокупности.
45. Формула полной вероятности. Формула Байеса условной вероятности гипотез.
46. Определение случайной величины, дискретной случайной величины и ее закона распределения. Табличное и графическое задания случайной величины.
47. Биномиальное распределение дискретной случайной величины. Формула Бернулли.
48. Распределение Пуассона вероятности редких событий.
49. Определение математического ожидания дискретной случайной величины. Основные свойства математического ожидания дискретной случайной величины.

50. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины. Основные свойства дисперсии.
51. Определение и свойства интегральной функция распределения непрерывной случайной величины. Три следствия из этих свойств.
52. Определение и свойства дифференциальной функции распределения непрерывной случайной величины.
53. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины.
54. Нормальный закон распределения. Вероятностный смысл его параметров и их влияние на форму кривой Гаусса.
55. Интеграл вероятностей и его график. Вычисление вероятности попадания случайной величины в заданный интервал для стандартного (нормированного) и общего нормального распределения. Понятие о «правиле трех сигм».
56. Задачи математической статистики. Общие сведения о выборочном методе.
57. Статистическое распределение выборки.
58. Графическое изображение статистического распределения. Эмпирическая функция распределения.
59. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей.
60. Точечные оценки параметров распределения.
61. Интервальные оценки параметров распределения.

2.2.2 Примерное задание на зачет (зачет с оценкой)

Билет № _____

1. Экстремум функции $y = f(x)$. Необходимые и достаточные условия экстремума.
2. Метод непосредственного интегрирования.
3. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения вероятностей:

| | | | |
|-----|-----|-----|-------|
| X | 4 | 6 | x_3 |
| P | 0,5 | 0,3 | p_3 |

Найдите x_3 и p_3 зная, что $M(X) = 8$.

4. Составьте таблицу истинности для логического выражения $F = A \& \overline{B \vee C}$.

2.3 Методические материалы и типовые контрольные задания, используемые для текущего контроля по дисциплине

2.3.1 Методические материалы, используемые для текущего контроля знаний по дисциплине

| Наименование оценочного средства | Краткая характеристика оценочного средства | Представление оценочного средства в фонде |
|----------------------------------|---|---|
| Контрольный опрос | Контрольный опрос – это метод оценки уровня освоения компетенций, основанный на непосредственном (беседа, интервью) или опосредованном (анкета) взаимодействии преподавателя и студента. Источником контроля знаний в данном случае служит словесное или письменное суждение студента | Примерный перечень вопросов к зачету и экзамену Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение Задания для самостоятельной работы |
| Домашнее задание | Домашние задания – одна из основных форм самостоятельной работы студентов, направленная на усвоение и закрепление полученных знаний на занятиях. | Домашние задания |
| Контрольная работа | Эффективный метод проверки знаний | Задания для контрольной ра- |

| Наименование оценочного средства | Краткая характеристика оценочного средства | Представление оценочного средства в фонде |
|----------------------------------|---|---|
| | обучающихся, полученных ими на определённом этапе. Основная задача контрольных работ - выявить, какие изученные темы вызывают затруднения и в последствие искоренить недостатки | боты |

2.3.2 Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение

1. Понятие множества. Способы задания множеств. Мощность множества.
2. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера. Свойства операций над множествами.
3. Числовые множества.
4. Декартово произведение множеств.
5. Основные формулы комбинаторики: правило суммы, правило произведения, размещения, перестановки и сочетания.
6. Высказывания. Простые и составные высказывания.
7. Основные операции над высказываниями. Их свойства.
8. Таблица истинности логического выражения.
9. Функция. Область определения функции.
10. Раскрытие неопределённости вида $(0/0)$, заданной отношением многочленов.
11. Раскрытие неопределённостей вида $(0/0)$, заданных иррациональными выражениями.
12. Раскрытие неопределённостей вида (∞/∞) , заданных отношением многочленов.
13. Раскрытие неопределённостей вида $(\infty-\infty)$.
14. Первый замечательный предел.
15. Точки разрыва функции.
16. Нахождение производных с помощью таблицы и правил дифференцирования основных элементарных функций.
17. Производные сложных функций.
18. Дифференциал функции.
19. Уравнение касательной и нормали к графику функции, заданной параметрически.
20. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[a; b]$.
21. Исследование функций и построение графиков.
22. Метод непосредственного интегрирования.
23. Метод интегрирования заменой переменной.
24. Метод интегрирования по частям.
25. Вычисление определённого интеграла.
26. Вычисление несобственных интегралов 1-го рода.
27. Вычисление площади плоской фигуры.
28. Понятие случайного события и испытания. Эквивалентные и противоположные события. Сумма событий и ее свойства. Произведение событий и его свойства.
29. Достоверное и невозможное события и их свойства. Определение поля событий. Совместимые и несовместимые события. Определение полной группы событий.
30. Понятие вероятности события. Аксиомы теории вероятностей. Определение условной вероятности события.
31. Три простейших следствия из аксиом теории вероятностей. Равновозможные события. Классическое определение вероятности события. Понятие об относительной частоте и статистической вероятности события.
32. Основные формулы комбинаторики: правило суммы, правило произведения, размещения, перестановки и сочетания.
33. Теорема сложения вероятностей совместимых событий.

34. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Правило умножения вероятностей независимых событий.
35. Обобщение теоремы сложения вероятностей на случай n независимых в совокупности событий. Вероятность появления хотя бы одного из равновероятных событий, независимых в совокупности.
36. Формула полной вероятности. Формула Байеса условной вероятности гипотез.
37. Определение случайной величины, дискретной случайной величины и ее закона распределения. Табличное и графическое задания случайной величины.
38. Биномиальное распределение дискретной случайной величины. Формула Бернулли.
39. Распределение Пуассона вероятности редких событий.
40. Определение математического ожидания дискретной случайной величины. Основные свойства математического ожидания дискретной случайной величины.
41. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины. Основные свойства дисперсии.
42. Определение и свойства интегральной функции распределения непрерывной случайной величины. Три следствия из этих свойств.
43. Определение и свойства дифференциальной функции распределения непрерывной случайной величины. Геометрическая и вероятностная интерпретация дифференциальной функции.
44. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины.
45. Нормальный закон распределения. Вероятностный смысл его параметров и их влияние на форму кривой Гаусса.
46. Интеграл вероятностей и его график. Вычисление вероятности попадания случайной величины в заданный интервал для стандартного (нормированного) и общего нормального распределения. Понятие о «правиле трех сигм».
47. Задачи математической статистики. Общие сведения о выборочном методе.
48. Статистическое распределение выборки.
49. Графическое изображение статистического распределения. Эмпирическая функция распределения.
50. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей.
51. Точечные оценки параметров распределения.
52. Интервальные оценки параметров распределения.

2.3.3 Задания для самостоятельной работы

1. P – множество натуральных чисел, больших 7 и меньше 14. Выясните, какие из чисел 13, 10, 5, 7, 14 ему принадлежат, а какие не принадлежат. Ответ запишите, используя знаки \in и \notin .
2. Даны два множества: $X = \{2, 4, 6\}$ и $Y = \{0, 2, 4, 6, 8\}$. Верно ли, что:
 - а) множества X и Y пересекаются;
 - б) множество X является подмножеством множества Y ;
 - в) множество $P = \{4, 0, 6, 8, 2\}$ равно множеству Y ?
3. A – множество точек окружности, B – множество точек прямой. Из скольких элементов может состоять пересечение данных множеств? Может ли оно быть пустым?
4. M – множество однозначных чисел, P – множество нечетных натуральных чисел. Из каких чисел состоит объединение данных множеств? Содержатся ли в нем числа -7 и 9 ?
5. Из каких чисел состоит дополнение:
 - а) множества натуральных чисел до множества целых чисел;
 - б) множества целых чисел до множества рациональных;
 - в) множества рациональных чисел до множества действительных.
6. Даны два множества $A = \{1, 3, 5\}$ и $B = \{2, 4\}$. Перечислите элементы множеств $A \times B$ и $B \times A$. Верно ли, что:
 - а) множества $A \times B$ и $B \times A$ содержат одинаковое число элементов;
 - б) множества $A \times B$ и $B \times A$ равны?

7. Установите, какие из следующих предложений являются высказываниями, а какие нет. Для высказываний определите, истины они или ложны:

- 1) Солнце есть спутник Земли.
- 2) $2 : 3 = 4$.
- 3) Сегодня отличная погода.
- 4) В романе Л. Н. Толстого «Война и мир» 3 432 536 слов.
- 5) Город Санкт-Петербург расположен на Неве.
- 6) Музыка И. С. Баха слишком сложна.
- 7) Первая космическая скорость равна 7,8 км/с.
- 8) Железо – металл.
- 9) Если один угол в треугольнике прямой, то треугольник является тупоугольным.
- 10) Если сумма квадратов двух сторон треугольника равна квадрату третьей стороны, то он прямоугольный.

8. Запишите в виде логического выражения следующее высказывание: «Летом Петя поедет в деревню и, если будет хорошая погода, то он пойдет на рыбалку».

9. Определите, какие из высказываний в следующих парах являются отрицаниями друг друга, а какие нет:

| | | |
|-----|---|--|
| 1) | $5 < 10$ | $5 > 10$ |
| 2) | Мишень поражена первым выстрелом | Мишень поражена вторым выстрелом |
| 3) | Машина останавливалась у каждого из двух светофоров | Машина не останавливалась у каждого из двух светофоров |
| 4) | Человечеству известны все планеты Солнечной системы | В Солнечной системе есть планеты, неизвестные человечеству |
| 5) | Существуют белые слоны | Все слоны серые |
| 6) | Кит – млекопитающее | Кит – рыба |
| 7) | $10 > 9$ | $10 \leq 9$ |
| 8) | Неверно, что точка А не лежит на прямой а | Точка А лежит на прямой а |
| 9) | Прямая а параллельна прямой b | Прямая а перпендикулярна прямой b |
| 10) | Этот автомобиль красный и спортивный | Этот автомобиль не красный или он не спортивный |

10. Даны два высказывания: $A - \langle 3 \cdot 3 = 9 \rangle$ и $B - \langle 3 \cdot 3 = 10 \rangle$. Определите истинность высказываний:

- 1) A ;
- 2) \bar{B} ;
- 3) $A \& B$;
- 4) B ;
- 5) \bar{A} ;
- 6) $A \vee B$.

11. Пусть высказывание $A - \langle \text{«Это утро ясное»}$, а высказывание $B - \langle \text{«Это утро теплое»}$. Выразите следующие логические выражения на обычном языке:

- 1) $A \& B$;
- 2) $A \& \bar{B}$;
- 3) $\bar{A} \& \bar{B}$;
- 4) $\bar{A} \vee B$;
- 5) $A \vee \bar{B}$;
- 6) $\bar{A} \vee \bar{B}$;
- 7) $\overline{A \& B}$;
- 8) $\overline{A \vee B}$;
- 9) $\overline{\bar{A} \& B}$;
- 10) $\overline{A \rightarrow \bar{B}}$;
- 11) $\overline{\bar{A} \rightarrow B}$;
- 12) $\overline{A \rightarrow B}$.

12. Из данных простых высказываний составьте и запишите истинные составные высказывания с использованием логических операций:

- 1) Неверно, что $10 > y \geq 5$ и $z < 0$;
- 2) a является $\max\{a; b; c\}$;
- 3) Любое из чисел x, y, z положительно;
- 4) Хотя бы одно из чисел x, y, z не меньше 12;
- 5) Все числа x, y, z равны 7;
- 6) Если x делится на 9, то x делится и на 3;
- 7) Число x делится на 2 тогда и только тогда, когда оно четное.

13. Найдите значение логического выражения:

a) $((1 \& 1) \vee 0) \& (0 \vee 1)$;

б) $(\bar{0} \vee 1) \vee \bar{1} \& 1$.

14. Упростите логическое выражение:

a) $A \vee \bar{A} \& B$;

б) $A \& (A \vee B) \& (C \vee \bar{B})$.

15. Составьте таблицы истинности для следующих логических выражений:

1) $\overline{A \& B \vee A \vee \bar{B} \vee A}$;

2) $((A \vee \bar{B}) \rightarrow B) \& (\bar{A} \vee B)$;

3) $\overline{(A \rightarrow B) \leftrightarrow (B \rightarrow \bar{A})}$;

4) $(A \& \bar{B}) \vee C$;

5) $A \vee B \& \bar{C}$;

6) $\overline{A \vee B \vee \bar{A} \& C}$;

7) $\overline{(A \vee B) \& (C \vee A) \& (C \vee B)}$;

8) $A \& B \& C \& \bar{D}$.

16. Заполните пустые ячейки таблицы истинности:

| A | B | C | $C \vee A$ | $(C \vee A) \rightarrow B$ |
|---|---|---|------------|----------------------------|
| 0 | 0 | | 0 | 1 |
| 0 | | 0 | 0 | 1 |
| | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | |

17. Определите с помощью таблиц истинности, какие из данных формул являются тождественно-истинными, а какие тождественно-ложными:

1) $\overline{A \& \bar{A} \vee B \& (A \& B \vee B)}$;

2) $((A \vee \bar{B}) \rightarrow B) \& (\bar{A} \vee B)$;

3) $\overline{A \& B \leftrightarrow (\bar{A} \vee \bar{B})}$;

4) $A \& B \& (C \vee \bar{A} \vee D) \& \bar{B}$;

5) $\overline{A \& (B \& (\bar{A} \vee \bar{B}))}$;

6) $\overline{(\bar{A} \vee B) \& (\bar{B} \vee C) \vee \bar{A} \vee C}$;

7) $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (B \rightarrow \bar{A})$.

18. Используя таблицы истинности, докажите, что логические выражения равносильны:

1) $\bar{A} \vee B$ и $A \rightarrow B$;

2) $(\bar{A} \vee B) \& (\bar{B} \vee A)$ и $A \leftrightarrow B$;

3) $\overline{\overline{A \vee B}}$ и $A \& B$.

19. Сколько различных двузначных чисел можно записать, используя цифры 3, 4, 5 и 6? Сколько различных двузначных чисел можно записать, используя при записи числа каждую из указанных цифр только один раз? Запишите эти числа.

20. Сколько всевозможных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3 и 4 так, чтобы цифры в записи числа не повторялись? Изменится ли решение этой задачи, если вместо цифры 4 будет дана цифра 0?

21. Сколько пятизначных чисел, первые (слева) три цифры которых 2, 3 и 4, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5? Изменится ли ответ в этой задаче, если цифры в записи числа не будут повторяться?

22. Покажите, что в нижеприведенных задачах рассматриваются размещения и найдите число размещений:

а) Из 20 учащихся класса надо выбрать старосту, его заместителя и редактора газеты. Сколькими способами это можно сделать?

б) В классе изучаются 7 предметов. В среду 4 урока, причем все разные. Сколькими способами можно составить расписание на среду?

в) Сколько всевозможных трехзначных чисел можно записать, используя цифры 3, 4, 5 и 6?

23. Два человека пожали друг другу руки. Сколько было рукопожатий? А если 15 человек пожали друг другу руки, то сколько было рукопожатий?

24. На плоскости отметили 7 точек. Каждые две точки соединили отрезком. Сколько получилось отрезков?

25. Найдите область определения функций:

а) $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{2-x}$;

б) $y = \sqrt{4-x^2}$;

в) $y = \log_5(2x-1)$.

26. Найдите пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5};$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1};$$

27. Найдите пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 7x}{1 - 2x^3};$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 4}{x^2 + 5};$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^{10}(x^2+1)}{(3x+1)^2(x+5)^5(x-1)^5};$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x};$$

$$a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3};$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 - 3x + 2};$$

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3}{x^2 + 2};$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{\sqrt{3x} - 3};$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x};$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 5x + 1}{3 + 14x^2 + 2x};$$

28. Найдите пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right);$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - x);$$

$$c) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 1} - \sqrt{x^2 - 3x - 4});$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 1} - 3x).$$

$$a) \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4} \right);$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - x);$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 3} - 5x);$$

29. Найдите пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x};$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 10x}{\sin 9x};$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x}{\sec 2x - 1};$$

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sqrt{1+x} - 1};$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3};$$

30. Найдите производные функций:

$$1) y = x^4 + 3x^2 - 2x + 1;$$

$$3) y = 3 + 4x^2 + \sqrt[5]{x^3} + \frac{1}{x^2} + \sin x + \cos x + \ln x;$$

$$5) y = e^x - \frac{\operatorname{tg} x}{2} + \frac{x^4}{4};$$

$$7) y = \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x;$$

$$9) y = x \arccos x;$$

$$11) y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1};$$

$$13) y = \frac{1 + e^x}{1 - e^x};$$

$$15) f(x) = x \ln x, \text{ найдите } f'(1), f'(e), f'(1/e), f'(1/e^2).$$

$$2) y = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + 4;$$

$$4) y = 4e^x + \operatorname{arctg} x + \arcsin x;$$

$$6) y = \arcsin x + 3\sqrt[3]{x} + 5 \arccos x;$$

$$8) y = x \cos x;$$

$$10) y = \sqrt[3]{x} \operatorname{arctg} x;$$

$$12) y = \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x};$$

$$14) f(x) = \frac{1 - 10^x}{1 + 10^x}, \text{ найдите } f'(0);$$

31. Найдите производные функций:

$$1) y = \frac{1}{b} \cos(a - bx);$$

$$3) y = \sin^2 x;$$

$$5) y = \ln \cos x;$$

$$7) y = \ln(x^2 + 2x);$$

$$2) y = \sqrt{1 - x^2};$$

$$4) y = \operatorname{tg}(x^2 + 3);$$

$$6) y = \ln(1 + \cos x);$$

$$8) y = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{3}};$$

9) $y = \frac{1}{6} \ln \frac{x-3}{x+3}$;

10) $y = \ln \frac{x^2}{1-x^2}$;

11) $y = \frac{1}{2} e^x (\sin x + \cos x)$.

32. Найдите производные функций:

1) $y = \sqrt{2x - \sin 2x}$;

2) $y = \operatorname{tg}^3 x - 3 \operatorname{tg} x + 3x$;

3) $y = \operatorname{ctg}^3 \frac{x}{3}$;

4) $y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x}$;

5) $y = \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}$;

6) $y = (x+2)e^{-x^2}$;

7) $y = e^{\frac{1}{\ln x}}$;

8) $y = \log_3 \cos 7x$;

9) $y = \ln(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})$;

10) $y = \arccos(1-2x)$;

11) $y = \arcsin \sqrt{\sin x}$;

12) $y = \operatorname{In} \arccos 2x$;

13) $y = e^{\sqrt{1+\ln x}}$.

33. Найдите производные функций:

а) $y = \ln(x+1+\sqrt{x^2+2x+3})$;

б) $y = \ln(x+\sqrt{x^2+5})$;

в) $y = \frac{1}{2}(x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x)$;

г) $y = \ln \sqrt{\frac{e^{4x}}{e^{4x}+1}}$;

д) $y = \ln(\sin x + \sqrt{1+\sin^2 x})$;

е) $y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{1+x^2}$.

34. Найдите дифференциалы функций:

а) $y = \sin^3 2x$;

б) $y = \ln(\sin \sqrt{x})$.

35. Применяя метод непосредственного интегрирования, вычислите интегралы:

а) $\int \left(\frac{2}{1+x^2} - \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$;

б) $\int (2^x + 3^x) dx$;

в) $\int (\sin x + 5 \cos x) dx$;

г) $\int \left(\frac{1}{x^2-25} + \frac{1}{\sqrt{x^2+5}} \right) dx$;

д) $\int \left(\frac{1}{\sqrt{4-x^2}} + \frac{1}{x^2+3} \right) dx$;

е) $\int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right) dx$;

ж) $\int \frac{5x^8+1}{x^4} dx$;

з) $\int \frac{3 \operatorname{tg}^2 x + 4}{\sin^2 x} dx$.

36. Вычислите интегралы:

а) $\int \sin 7x dx$;

б) $\int \frac{dx}{\cos^2 3x}$;

в) $\int \frac{dx}{9x^2-1}$;

г) $\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2-5}}$.

37. Вычислите интегралы:

1) $\int \frac{dx}{\sqrt{2-3x}}$;

2) $\int \sqrt{2x-5} dx$;

3) $\int \frac{dx}{x^2+4x+5}$;

4) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+3}}$;

5) $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2}}$;

6) $\int \operatorname{tg} x dx$;

7) $\int \frac{\sin x}{1+3 \cos x} dx$;

8) $\int \frac{e^{4x}}{5+2e^{4x}} dx$;

9) $\int \frac{x dx}{\sqrt{2-x^4}} (t=x^2)$;

10) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^8-3}} (t=x^4)$;

11) $\int \frac{dx}{x(1+\ln x)} \quad (t = 1 + \ln x);$

12) $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx.$

38. С помощью метода интегрирования по частям вычислите интегралы:

1) $\int x e^{-x} dx;$

2) $\int x \sin x dx;$

3) $\int x^2 \cos x dx;$

4) $\int x^2 e^x dx;$

5) $\int \ln x dx;$

6) $\int (x^2 + 3x + 2) \ln x dx;$

7) $\int x \operatorname{arctg} x dx;$

8) $\int \arcsin x dx;$

9) $\int \frac{x dx}{\cos^2 x};$

10) $\int e^x \sin x dx.$

39. Вычислите интегралы:

а) $\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx;$

б) $\int_0^{\pi/2} \cos x dx;$

в) $\int_0^{\pi/4} \frac{x^2}{1+x^2} dx;$

г) $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} dx;$

д) $\int_0^{\pi/2} \cos x \sin^2 x dx;$

е) $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}};$

ж) $\int_1^e \ln^2 x dx;$

з) $\int_{-1}^1 x^2 e^{-x} dx.$

40. Найдите площади фигур, ограниченных линиями:

а) $y^2 = 2px, x = h;$

б) $y = x^2, y = 1;$

в) $y = \cos^2 x - \sin^2 x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{4};$

г) $x^2 - y^2 = 1, x = 2;$

д) $y = x^2, y = \sqrt{x}.$

41. Событие A – появление нечетного числа очков при бросании игральной кости, событие B – не появление 3 очков, C – не появление 5 очков. В чем состоят события: а) ABC ; б) AB ; в) AC ; г) BC ?

42. Пусть имеется квадрат, из которого наудачу выбираются точки. Событие A – точка находится в верхней половине квадрата, событие B – точка находится в левой половине квадрата. Изобразите следующие события:

а) A ;

б) B ;

в) \bar{A} ;

г) \bar{B} ;

д) $A + B$;

е) AB ;

ж) $\overline{A+B}$;

з) $A \cdot B$;

и) $\overline{A+B}$;

к) $\bar{A} \cdot \bar{B}$

43. Пусть A, B, C – случайные события данного поля событий. Запишите через A, B, C следующие события:

а) произошло только событие A ;

б) произошло только одно из данных трех событий;

в) произошли только два из данных трех событий;

г) произошли все три события;

д) произошло хотя бы одно из данных трех событий;

е) произошло не более двух событий из данных трех событий.

44. В полученной партии деталей оказалось 200 деталей 1-го сорта, 100 деталей 2-го сорта и 50 деталей 3-го сорта. Чему равна вероятность вынуть деталь 2-го сорта?

45. Задумано двузначное число. Найдите вероятность, что задуманным окажется:

а) случайно названное двузначное число; б) случайно названное двузначное число, у которого цифры различны.

46. В цеху работают 6 мужчин и 4 женщины. Наудачу отобраны 7 человек. Найдите вероятность, что среди отобранных 3 женщины.

47. Вероятность одного попадания в цель при одном залпе из двух орудий равна 0,38. Най-

дите вероятность поражения цели при одном выстреле первым из орудий, если известно, что для второго орудия эта вероятность равна 0,8.

48. Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы (за время t) первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8. Найдите вероятности того, что за время t безотказно будут работать: а) только один элемент; б) только два элемента; в) все три элемента.

49. В ящике 10 деталей, среди которых шесть окрашенных. Сборщик наудачу извлекает четыре детали. Найдите вероятность того, что все извлеченные детали окажутся окрашенными.

50. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Найдите вероятность того, что студент знает предложенные ему экзаменатором три вопроса.

51. Для разрушения моста достаточно попадания одной авиационной бомбы. Найдите вероятность того, что мост будет разрушен, если на него сбросить четыре бомбы, вероятности попадания которых соответственно равны: 0,3; 0,4; 0,6; 0,7.

52. Устройство содержит два независимо работающих элемента. Вероятности отказа элементов соответственно равны 0,05 и 0,08. Найдите вероятности отказа устройства, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент.

53. В ящике содержится 12 деталей, изготовленных на заводе № 1, 20 деталей — на заводе № 2 и 18 деталей — на заводе № 3. Вероятность того, что деталь, изготовленная на заводе № 1, отличного качества, равна 0,9; для деталей, изготовленных на заводах № 2 и № 3, эти вероятности соответственно равны 0,6 и 0,9. Найдите вероятность того, что извлеченная наудачу деталь окажется отличного качества.

54. В специализированную больницу поступают в среднем 50% больных с заболеванием К, 30% — с заболеванием L, 20% — с заболеванием M. Вероятность полного излечения болезни K равна 0,7; для болезней L и M эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Больной, поступивший в больницу, был выписан здоровым. Найдите вероятность того, что этот больной страдал заболеванием K.

55. Изделие проверяется на стандартность одним из двух товароведов. Вероятность того, что изделие попадет к первому товароведу, равна 0,55, а ко второму — 0,45. Вероятность того, что стандартное изделие будет признано стандартным, первым товароведом, равна 0,9, а вторым — 0,98. Стандартное изделие при проверке было признано стандартным. Найдите вероятность того, что это изделие проверил второй товаровед.

56. Дан закон распределения вероятностей дискретной случайной величины:

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | -2 | 0 | 1 | 3 | 6 |
| P | 0,1 | 0,3 | 0,2 | 0,3 | 0,1 |

Постройте многоугольник распределения вероятностей, найдите функцию распределения и постройте ее график.

57. Задана функция распределения вероятностей: $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ 0,2, & 1 < x \leq 3, \\ 0,35, & 3 < x \leq 6, \\ 0,8, & 6 < x \leq 8, \\ 1, & x > 8. \end{cases}$ Найдите закон

распределения вероятностей.

58. Портфель инвестора включает акции двух компаний A и B. Характеристики возможных ставок доходности и вероятности их достижения приведены в таблице:

| Вероятность | Доходность | |
|-------------|------------|------|
| | A | B |
| 0,3 | 80% | 25% |
| 0,5 | 16% | 15% |
| 0,2 | -60% | -10% |

Рассчитайте среднеквадратическое отклонение доходности для акций каждой компании.

59. Даны законы для двух независимых дискретных случайных величин:

| | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|---|-----|-----|-----|
| X | 2 | 4 | 6 | 8 | Y | 0 | 1 | 2 |
| P | 0,4 | 0,2 | 0,1 | 0,3 | P | 0,5 | 0,2 | 0,3 |

Вычислите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайных величин: а) $Z = 2X + 3Y - 1$; б) $Z = 3X - 2Y + 1$.

60. Вероятность брака в данной партии изделий равна 0,1. Какова вероятность, что в партии из 10 изделий будет 2 бракованных изделия?

61. Две игральные кости одновременно бросают два раза. Напишите биномиальный закон распределения дискретной случайной величины X – числа выпадений четного числа очков на двух игральных костях.

62. Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течение времени T равна 0,002. Найдите вероятность того, что за время T откажут ровно три элемента.

63. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2, \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{x}{2} & \text{при } -2 < x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найдите вероятность того, что в результате испытания величина X примет значение, заключенное в интервале $(-1; 1)$.

64. Случайная величина X задана функцией распределения: $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$

Найдите вероятность того, что в результате четырех независимых испытаний величина X ровно три раза примет значение, принадлежащее интервалу $(0,25; 0,75)$.

65. Дана функция распределения непрерывной случайной величины X :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \sin 2x & \text{при } 0 < x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 1 & \text{при } x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

Найдите плотность распределения $f(x)$.
66. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \frac{1}{2}x$ в интервале $(0; 2)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найдите математическое ожидание величины X .

67. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = C(x^2 + 2x)$ в интервале $(0; 1)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найдите: а) параметр C ; б) математическое ожидание случайной величины X .

68. Случайная величина X , возможные значения которой неотрицательны, задана функцией распределения $F(x) = 1 - e^{-\alpha x}$ ($\alpha > 0$). Найти математическое ожидание величины X .

69. Случайная величина X в интервале $(-3; 3)$ задана плотностью распределения $f(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{9-x^2}}$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найдите: а) дисперсию X ; б) что вероятнее: в результате испытания окажется $-3 < X < 1$ или $1 < X < 3$?

70. Найдите плотность вероятности нормально распределенной случайной величины X , зная, что $M(X) = 3$, $D(X) = 16$.

71. Дана интегральная функция нормального закона $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$. Найдите плотность распределения $f(x)$.

72. Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение ее контролируе-

мого размера от проектного не превышает 10 мм. Случайные отклонения контролируемого размера от проектного подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma = 5$ мм и математическим ожиданием $a = 0$. Сколько процентов годных деталей изготавливает автомат?

73. Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием $a = 25$. Вероятность попадания X в интервал (10; 15) равна 0,2. Чему равна вероятность попадания X в интервал (35; 40)?

74. Пусть $X \sim N(5; 0,5)$. Найдите вероятность, что при трех независимых испытаниях случайная величина X хотя бы в одном из них примет значение из интервала (2; 4).

75. Известно, что $X \sim N(50; \sigma)$ и $P(40 < X < 60) = 0,7888$. Найдите $D(X)$.

76. Установлено, что случайная величина X имеет нормальный закон, причем $P(X > 20) = 0,02$ и $P(X < 10) = 0,31$. Найдите $M(X)$ и $D(X)$.

77. По результатам опытов в Московской области выявлено, что полевая всхожесть семян ярового ячменя представляет собой случайную величину X , распределенную по нормальному закону. С вероятностью 0,9398 можно утверждать, что полевая всхожесть семян этого сорта равна $65 \pm 18,8\%$. Найдите интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0,9973 попадут в результате испытания возможные значения величины X .

78. По данному распределению выборки

| | | | |
|-------|----|----|----|
| x_i | 1 | 3 | 6 |
| n_i | 10 | 25 | 15 |

найдите эмпирическую функцию и постройте ее график.

79. Дан статистический ряд:

| | | | | | |
|-------|----|----|----|----|----|
| x_i | 2 | 4 | 5 | 7 | 10 |
| n_i | 15 | 20 | 10 | 10 | 45 |

Постройте полигон относительных частот выборки.

80. По данному интервальному распределению выборки постройте гистограмму относительных частот:

| Номер интервала | Интервал | Число вариантов в интервале |
|-----------------|----------|-----------------------------|
| 1 | [2; 5) | 6 |
| 2 | [5; 8) | 10 |
| 3 | [8; 11) | 5 |
| 4 | [11; 14] | 4 |

81. Дана выборка: 38, 60, 41, 51, 33, 42, 45, 21, 53, 60, 68, 52, 47, 46, 42, 43, 57, 44, 54, 59, 77, 47, 28, 27, 49, 49, 14, 28, 61, 30, 61, 35, 47, 46, 58, 45, 42, 21, 30, 40, 67, 65, 39, 35, 41, 60, 54, 42, 59, 60. Постройте гистограмму относительных частот.

82. По данному статистическому распределению выборки найдите выборочное среднее:

| | | | | |
|-------|------|------|------|------|
| x_i | 1250 | 1275 | 1280 | 1300 |
| n_i | 20 | 25 | 50 | 5 |

83. Найдите среднее квадратическое отклонение по данному статистическому распределению выборки:

| | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|
| x_i | 12,5 | 17,5 | 22,5 | 27,5 | 32,5 |
| n_i | 0,1 | 0,2 | 0,4 | 0,2 | 0,1 |

84. Дан интервальный закон распределения выборки:

| Интервал | (28; 30) | (30; 32) | (32; 34) | (34; 36) | (36; 38) | (38; 40) | (40; 42) | (42; 44) |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| n_i | 8 | 15 | 15 | 12 | 15 | 20 | 10 | 5 |

Найдите выборочное среднее и среднее квадратическое отклонение.

85. По выборке x_1, x_2, \dots, x_n найдите точечную оценку неизвестного параметра λ распределения случайной величины X , зная, что плотность распределения вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$$

86. Случайная величина X (число появлений события A в n независимых испытаниях) под-

чинена биномиальному распределению с неизвестным параметром распределения p . Проведено 10 опытов по 5 испытаний в каждом. В результате получено эмпирическое распределение:

| | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| n_i | 4 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |

где x_i – число появлений события A в одном опыте; n_i – количество опытов, в которых A появилось x_i раз. Найдите точечную оценку параметра p биномиального распределения.

87. Найдите оценки параметров нормального распределения случайной величины X .

88. Дано: $\bar{x} = 2000$ м, $\sigma_X = 40$ м, $\gamma = 0,95$. Найдите доверительный интервал для a , если X – нормально распределенная случайная величина.

89. Из генеральной совокупности извлечена выборка объемом $n = 12$:

| | | | | | | | | | | |
|-------|------|------|------|---|-----|-----|-----|---|-----|-----|
| x_i | -0,5 | -0,4 | -0,2 | 0 | 0,2 | 0,6 | 0,8 | 1 | 1,2 | 1,5 |
| n_i | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 |

Найдите доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности, если доверительная вероятность $\gamma = 0,95$.

90. Произведено 12 измерений некоторой величины одним прибором без систематических ошибок, причем исправленное среднее квадратичное отклонение s случайных ошибок измерений оказалось равным 0,5. Найдите точность прибора с надежностью $\gamma = 0,95$, если результаты ошибок измерений распределены нормально.

2.3.4 Тесты по дисциплине

Вариант № _____

1. Множество – это:

- а) совокупность объектов разной природы, обладающих одним свойством;
- б) совокупность некоторых объектов, объединенных общим свойством;
- в) совокупность объектов какой угодно природы, объединенных общим свойством.

2. Множества не бывают:

- а) бесконечными;
- б) пустыми;
- в) единичными.

3. Пусть A – множество букв слова «координата». Подмножеством множества A является множество букв слова:

- а) крокодил;
- б) нитки;
- в) картина.

4. Равными множествами являются:

- а) $\{11\}$ и $\{-11\}$;
- б) $\{1, 2, 3, 4\}$ и $\{3, 2, 1, 4\}$;
- в) $\{8, 4, 8, 5\}$ и $\{8, 5, 4\}$.

5. Объединение множеств обозначается символом:

- а) \cup ;
- б) \cap ;
- в) \subset .

6. Пересечением множеств цифр, используемых в записи чисел 55288 и 82223 является множество:

- а) $\{5, 5, 2, 8, 8, 2, 2, 3\}$;
- б) $\{2, 3, 8\}$;
- в) $\{5, 2, 8, 3\}$.

7. Множество общих делителей чисел 12 и 48 есть:

- а) $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$;
- б) $\{2, 3, 4, 6, 12\}$;
- в) $\{2, 3, 4, 6\}$.

8. Объединением множеств $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ и $\{8, 10, 12, 14\}$ является множество:

- а) $\{8, 10, 12, 14\}$;
- б) $\{8, 10\}$;
- в) $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$.

9. В задаче «На тарелке лежало 13 груш. Вова взял 7 груш. Сколько груш осталось на тарелке?» речь идет об операции над множествами:

- а) объединение;
- б) пересечение;
- в) разность множеств.

10. Множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих множеству A и не принадлежащих множеству B , называется:

- а) пересечением множеств A и B ;
- б) разностью множества A и B ;
- в) объединением множеств A и B .

11. Пустым множеством является:

- а) множество целых корней уравнения $x^2 - 9 = 0$;
- б) множество натуральных чисел, меньших 2;

в) множество действительных корней уравнения $\frac{1}{x} = 0$.

12. Декартовым произведением $A \times B$ множеств $A = \{a, s, h\}$ и $B = \{a\}$ является множество:

а) $\{(a, a), (s, a), (h, a)\}$; б) $\{(a, a), (a, s), (a, h)\}$; в) $\{(a, a)\}$.

13. Декартовым квадратом множества $A = \{s, h\}$ является множество:

а) $\{(s, s), (s, h), (h, s), (h, h)\}$; б) $\{(s, s), (s, h), (h, s)\}$; в) $\{s, h, s, h\}$.

14. Для какого из приведенных ниже имен истинно высказывание:

НЕ(первая буква гласная) ИЛИ (третья буква согласная).

а) Иван; б) Артем; в) Егор; г) Ирина.

15. Комбинаторика отвечает на вопрос:

а) какова частота массовых случайных явлений;
б) с какой вероятностью произойдет некоторое случайное событие;
в) сколько различных комбинаций можно составить из элементов конечного множества.

16. Если объект A можно выбрать x способами, а объект B – y способами, то каким количеством способов можно выбрать объект « A и B »:

а) xy ; б) $x - y$; в) $x + y$.

17. Значение выражения $\frac{10!}{5!}$ равно:

а) 125; б) 2000; в) 30240.

18. Число $14!$ не делится на:

а) 168; б) 136; в) 147.

19. Любое множество, состоящее из k элементов, взятых из данных n элементов, называется:

а) сочетанием; б) размещением; в) перестановкой.

20. Справедлива формула вида:

а) $n! = (n - 1) \cdot n!$; б) $n! = (n! - 1) \cdot n$; в) $n! = (n - 1)! \cdot n$.

21. Значение A_3^2 равно:

а) 6; б) 24; в) 12.

22. Значение P_4 равно:

а) 120; б) 60; в) 24.

23. Значение C_5^2 равно:

а) 20; б) 10; в) 1200.

24. Сколькими способами могут разместиться 8 человек в салоне автобуса на восьми свободных местах:

а) 40320; б) 1600; в) 24?

25. Сколько существует вариантов выбора двух чисел из восьми:

а) 36; б) 18; в) 28?

26. Сколькими способами из 9 учебных дисциплин можно составить расписание учебного дня из 6 различных уроков:

а) 10000; б) 60480; в) 78356?

27. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$ равно:

а) 4; б) 3; в) 2; г) 1.

28. Производная функции $y = x \cdot \ln^2 x$ имеет вид:

а) $\ln^2 x + \frac{2}{x} \ln x$; б) $2 \ln^2 x - x \cdot \ln x$; в) $\ln^2 x - \frac{2}{x} \ln x$; г) $x \cdot \ln x$.

29. Производная функции $y = \arcsin \frac{1}{x}$ в точке $x = -2$ равна:

а) $\frac{1}{\sqrt{5}}$; б) $-\frac{2}{\sqrt{5}}$; в) $\frac{1}{2}$; г) $\frac{2 + \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$.

30. Дифференциал функции $y = \frac{6x^2}{e^x}$ имеет вид:

- а) $\frac{24x \cdot e^x - x^2 \cdot e^x}{e^x}$; б) $\frac{6x \cdot (2-x)}{e^x}$; в) $\frac{3x \cdot (2-x)}{e^{2x}}$; г) $\frac{e^{2x} + 12x^2}{e^x}$.

31. Угловым коэффициентом касательной к графику функции $y = 2 \ln x$ в точке $x = 2$ равен:

- а) 4; б) 1; в) -1; г) 0.

32. Точкой минимума функции $y = 2x^2 + 4x + 2$ является:

- а) 1; б) -1; в) 0; г) 4.

33. Абсциссой точки перегиба графика функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x$ является:

- а) 0; б) -1; в) $\frac{1}{4}$; г) 2.

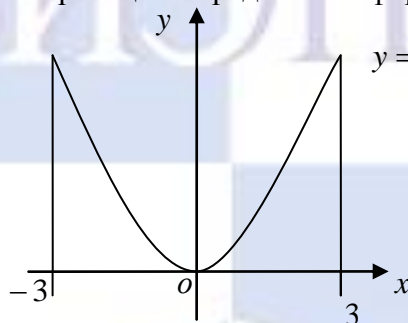
34. Множество первообразных функции $y = \frac{1}{2x^2}$ имеют вид:

- а) $-\frac{1}{2}x^{-2}$; б) $-\frac{1}{2x} + C$; в) $\frac{1}{2}x + C$; г) $\frac{1}{2x} + C$.

35. Определённый интеграл $\int_{-1}^1 (2x-1) dx$ равен:

- а) 0; б) 1; в) 4; г) 2.

36. Площадь криволинейной трапеции определяется формулой:



- а) $\int_{-3}^3 (x^2 + 1) dx$; б) $\int_{-3}^3 x^2 dx$; в) $\int_{-2}^2 x^2 dx$; г) $\int_0^2 x^2 dx$.

37. Вероятность достоверного события равна...

- а) 0 б) 1 в) 0,01 г) 0,99

38. Вероятность невозможного события равна...

- а) 0,5 б) 1 в) 0,01 г) 0

39. Вероятность случайного события может быть равна...

- а) 1 б) -1 в) 0,99 г) 0

40. Вероятность случайного события НЕ может быть равна...

- а) 0,9 б) 0,5 в) 0,1 г) 1

41. Установите соответствие между элементами групп:

- | | |
|------------------------|---|
| 1. Случайное событие | 1. Длина каждой стороны произвольного треугольника меньше суммы длин двух других сторон |
| 2. Невозможное событие | 2. На 6 странице учебника литературы второе слово сверху начинается с буквы Ъ |
| 3. Достоверное событие | 3. При телефонном звонке абонент оказался занят |

42. Событие A – решение задачи первым студентом, событие B – решение задачи вторым студентом. Тогда событием AB является...

- а) хотя бы один студент решил задачу
 б) оба студента решили задачу
 в) задачу решил только один студент

г) задачу решил первый студент

43. Событие A – выход из строя первого станка, событие B – поломка второго станка. Тогда событием $A + B$ является...

- а) поломался только один станок
- б) поломались оба станка
- в) поломался хотя бы один станок
- г) поломался первый станок

44. Событие A – появление числа очков, кратного 3 при бросании игральной кости. Тогда событием \bar{A} является...

- а) появление либо 1, либо 2, либо 4, либо 5 очков
- б) появление либо 3, либо 6 очков
- в) появление либо 1, либо 2, либо 3 очков
- г) появление либо 2, либо 4, либо 6 очков

45. Число различных вариантов распределения призовых мест между 5 команд, принявших участие в соревнованиях равно...

- а) $\frac{5!}{3! \cdot 2!}$
- б) $5!$
- в) $\frac{5!}{2!}$
- г) $\frac{5!}{3!}$

46. Число различных способов выбрать 3 делегатов на студенческую конференцию из группы 24 человека равно...

- а) $\frac{24!}{21! \cdot 3!}$
- б) $\frac{24!}{21!}$
- в) $\frac{24!}{3!}$
- г) $24!$

47. Количество всевозможных комбинаций расставить на полке 5 различных книг равно...

- а) $\frac{5!}{3!}$
- б) $5!$
- в) $\frac{5!}{3! \cdot 2!}$
- г) $3!$

48. Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятность попадания для первого и второго стрелков равна 0,6 и 0,9 соответственно. Тогда вероятность того, что цель будет поражена, равна...

- а) 0,54
- б) 0,46
- в) 0,96
- г) 0,996

49. Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятность попадания для первого и второго стрелков равна 0,8 и 0,4 соответственно. Тогда вероятность того, что цель не будет поражена, равна...

- а) 0,68
- б) 0,88
- в) 0,32
- г) 0,12

50. Величина c закона распределения дискретной случайной величины X равна...

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| X | 1 | 2 | 3 |
| p | 0,2 | c | 0,1 |

- а) 0,7
- б) 0,5
- в) 0,1
- г) 0,2

51. Математическое ожидание дискретной случайной величины X равно...

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| X | 1 | 2 | 3 |
| p | 0,2 | 0,7 | 0,1 |

- а) 1,9
- б) 2,2
- в) 2,7
- г) 1,5

52. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| X | -1 | 2 | 4 |
| P | 0,1 | a | b |

Тогда ее математическое ожидание равно 2,3 если...

- а) $a = 0,8, b = 0,2$
- б) $a = 0,7, b = 0,2$
- в) $a = 0,3, b = 0,6$
- г) $a = 0,6, b = 0,3$

53. Если $M(X) = 2$, а $M(Y) = -3$, то $M(3X + 2Y + 1)$ равно...

- а) -1
- б) 3
- в) 1
- г) 0

54. Если $D(X) = 1$, а $D(Y) = 2$, то $D(2X - 3Y + 4)$ равна...

- а) 12
- б) 22
- в) -4
- г) 0

55. Непрерывная случайная величина имеет плотность вероятности $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-2)^2}{2}}$.

Тогда ее математическое ожидание равно...

- а) 3 б) 0 в) 1 г) 2

56. Непрерывная случайная величина имеет плотность вероятности $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-2)^2}{2}}$.

Тогда ее среднее квадратическое отклонение равно...

- а) 0 б) 2 в) -2 г) 1

57. Мода вариационного ряда 5, 8, 8, 9, 10, 11, 13 равна...

- а) 9 б) 8 в) 5 г) 13

58. Размах вариационного ряда 1, 2, 4, 4, 6, 6, 6 равен...

- а) 5 б) 3 в) 1 г) 6

59. Вариационный ряд, у которого размах равен 8, может иметь вид...

- а) 2, 3, 3, 6, 9 б) 3, 4, 6, 6, 9 в) 1, 2, 5, 5, 9 г) 2, 4, 4, 8, 9

60. Медиана вариационного ряда -3, -1, 0, 2, 5 равна...

- а) 5 б) -3 в) 0 г) 8

61. Проведено 5 измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 6, 7, 10, 11, 12. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна...

- а) 10 б) 11,5 в) 9,2 г) 9,4

2.3.5 Типовые задания

1. Запишите различными способами множество A , элементами которого являются натуральные числа, не превосходящие числа 6.

2. Прочитайте различными способами следующие записи: а) $37 \in \mathbf{N}$; б) $2,5 \notin \mathbf{N}$.

3. Используя понятие характеристического свойства, задайте следующие множества:

а) $A = \{\text{б, в, г, д, ж, з, к, л, м, н, п, р, с, т, ф, х, ц, ч, ш, щ}\}$;

б) $B = \{\text{красный, оранжевый, желтый, зеленый, голубой, синий, фиолетовый}\}$;

в) $C = \{\text{понедельник, вторник, среда, четверг, пятница, суббота, воскресенье}\}$.

4. Изобразите на числовой прямой элементы следующих множеств:

а) $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 3 \leq x \leq 10\}$; б) $B = \{x \in \mathbf{Z} \mid -4 \leq x < 6\}$;

в) $C = \{x \in \mathbf{R} \mid -5 < x < 8\}$; г) $D = \left\{x \in \mathbf{R} \mid \frac{3x+7}{2-x} \leq 0\right\}$.

5. Определите, в каких отношениях находятся множества A и B . Изобразите эти отношения при помощи диаграмм Эйлера-Венна.

а) A – множество гласных букв русского алфавита, B – множество звонких согласных;

б) A – множество натуральных чисел, кратных 3, B – множество натуральных чисел, кратных 9.

6. Пусть A – множество различных букв в слове «алгоритм», а B – множество различных букв в слове «ритмика». Постройте диаграммы Эйлера-Венна и укажите элементы для следующих множеств: а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \setminus B$; г) $B \setminus A$.

7. Найдите и изобразите на числовой прямой множества $A \cup B$, $A \setminus B$, $\overline{A \cap B}$, если $A = \left\{x \in \mathbf{R} \mid \frac{x+8}{2x-19} < 0\right\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 15x + 36 \leq 0\}$.

8. Докажите, что для любых множеств A , B и C верно равенство $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

9. Из 100 опрошенных учащихся 57 изучают английский язык, 35 – немецкий, 26 – французский. При этом английский и немецкий изучают 12 человек, английский и французский – 7, французский и немецкий – 5. Сколько человек изучают все три языка? Сколько человек не изуча-

ют ни одного из указанных языков, если известно, что 40 человек изучают только английский язык?

10. Найдите и изобразите на координатной плоскости элементы декартова произведения множеств $X = \{-2, -1, 0, 1\}$ и $Y = \{1, 3, 5\}$.

11. Изобразите на координатной плоскости элементы декартова произведения множеств $X = [1; 4]$ и \mathbf{R} .

12. Среди нижеследующих предложений выделите высказывания. Определите, какие из них являются истинными, а какие ложными.

- Спешите делать добро!
- Закон всемирного тяготения открыл И. Ньютон.
- В солнечную погоду полезны темные очки.
- Когда вы будете в Париже?
- Число 9 является простым.
- Сегодня был вкусный обед.

13. Сформулируйте высказывания, соответствующие формулам: а) $p \& q$; б) $\overline{p \& q}$; в) $\overline{p \rightarrow q}$; г) $p \leftrightarrow q$, если p – «Гремит гром», а q – «Моросит дождь».

14. Составьте таблицу истинности для логического выражения $(p \rightarrow r) \vee (q \& \bar{r})$.

15. Упростите формулу $(p \& q \rightarrow r) \vee \overline{p \vee q}$.

16. В вазе для фруктов лежало 6 яблок, 5 груш и 4 персика. Сколькими способами можно выбрать один плод для угощения?

17. Нужно купить подарок для первоклассника, состоящий из ранца, пенала, подставки для книг и дневника. Сколькими способами это можно сделать, если магазин предлагает 4 вида ранцев, 5 видов пеналов, 3 вида подставок и 2 вида дневников?

18. На среду запланировано 5 уроков: математика, химия, физика, литература и русский язык. Сколькими способами можно составить расписание на этот день, если урок литературы должен стоять непосредственно перед уроком русского языка?

19. Фармаколог проверяет 5 типов лекарств. Ему нужно провести опыты по изучению совместного влияния на организм любой тройки этих лекарств. Для каждого опыта требуется 2 животных. Сколько животных потребуется для проведения всего исследования?

20. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 5, 7, 9, если цифры в записи числа не могут повторяться?

21. Решите уравнение $C_x^3 + C_x^2 = 15(x-1)$.

22. Найдите область определения функции:

а) $y = \frac{x+2}{(x+2)(x-5)}$; б) $y = \arccos 3x$;

в) $y = \sqrt{x+5} - \sqrt{-8-x}$; г) $y = \frac{\log_7 x}{\sqrt[5]{x-3}}$.

23. Найдите множество значений функции:

а) $y = 4 - x^2$; б) $y = |x| - \frac{1}{3}$;

в) $y = 2^{\frac{1}{x}}$; г) $y = \ln(x^2 + 1)$.

24. Постройте график функции:

а) $y = \ln x^2$; б) $y = \frac{x-2}{x+3}$;

в) $y = -\sqrt{x} + 2$; г) $y = |x-2| - 3$.

25. Какие из следующих функций имеют обратные? Для таких функций найдите обратные функции:

а) $y = 3x + 5$; б) $y = x^3 - 2$;

в) $y = |x|$;

г) $y = \frac{x-2}{x}$.

26. Выясните, какие из следующих функций являются монотонными, какие – строго монотонными, а какие – ограниченными:

а) $y = 4$;

б) $y = \sin^2 x$;

в) $y = \operatorname{arctg} x$;

г) $y = -x^2 + 2x$.

27. Найдите предел функции:

а) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 10x + 9}{x^2 - 9x}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x+5}{\sqrt{x+9}-2}$;

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 5x + 3}{2x^2 + 4x - 1}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{x^2}$.

28. Найдите производную функции:

а) $y = \frac{1}{x^4} - \frac{4}{\sqrt[4]{x}} + x\sqrt{x}$;

б) $y = \frac{x^2 - 5x - 1}{x^3}$;

в) $y = e^{-x} \cdot \ln(\sin x) - \frac{1}{x}$;

г) $y = \ln^2 x + \sin^2 x$;

д) $y = \sqrt{\frac{x}{2}} - \sin \frac{x}{2}$;

е) $y = \arcsin \sqrt{1-4x}$;

ж) $x \cdot e^y + y \cdot e^x = 2$.

29. Составьте уравнения касательной и нормали к кривой $y = 2x - x^2$ в точках пересечения с осью Ox .

30. В какой точке касательная к параболе $y = -x^2 + 4x - 6$ наклонена к оси абсцисс под углом 45° ?

31. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^3 - \frac{15}{2}x^2 + 12x + 9$ на отрезке $[0; 2]$.

32. Проведите полное исследование функции $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$ и постройте ее график.

33. Найдите неопределенный интеграл:

а) $\int \frac{3 - \sqrt{5+x^2}}{5+x^2} dx$;

б) $\int \frac{dx}{\sin^2(4x+7)}$;

в) $\int \frac{x dx}{1+5x^2}$;

г) $\int \sin 2x \cdot \sin^2 x dx$;

д) $\int \sqrt{x} \ln x dx$.

34. Найдите определенный интеграл:

а) $\int_3^9 \frac{\ln x}{x} dx$;

б) $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$;

в) $\int_0^1 \frac{\ln x}{1+\sqrt{x}} dx$;

г) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$.

35. Вычислите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = -x^2 + 4x - 1$ и прямой $y = -x - 1$. Сделайте чертеж.

36. Монета брошена два раза. Найдите вероятность того, что хотя бы один раз появится орел.

37. В ящике содержится 100 деталей, из них 10 бракованных. Наудачу извлечены 4 детали. Найдите вероятность того, что среди извлеченных деталей: а) нет бракованных; б) нет годных.

38. В цехе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наудачу отобраны 7 человек. Найдите вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 3 женщины.

39. Ученик пришел на экзамен, зная 25 билетов из 30. Перед ним был взят только один билет. Какова вероятность того, что ученик знает наудачу вытянутый билет?

40. В магазин поступил одноименный товар, изготовленный двумя предприятиями. С первого предприятия поступило 150 единиц, из них 30 единиц 1-го сорта, со второго предприятия поступило 200 единиц, из них 50 единиц 1-го сорта. Из общей массы товара наугад извлекается одна единица. Какова вероятность, что она окажется 1-го сорта?

41. Два контролёра производят оценку качества выпускаемых изделий. Вероятность того, что очередное изделие попадет к первому контролёру равна 0,55, ко второму – 0,45. Первый контролёр выявляет имеющийся дефект с вероятностью 0,8, а второй – с вероятностью 0,9. Вычислите вероятность того, что изделие с дефектом будет признано годным к эксплуатации.

42. Закон распределения дискретной случайной величины X задан таблично:

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 15 | 19 | 24 | 29 | 30 |
| p | 0,1 | 0,2 | 0,2 | 0,1 | 0,4 |

Постройте функцию распределения данной дискретной случайной величины. Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

43. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$ Найдите плотность распределения $f(x)$. Вычислите математическое

ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X . Постройте графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

44. Производят взвешивание груза без систематических ошибок. Случайная ошибка взвешивания распределена нормально с математическим ожиданием 20 кг и средним квадратическим отклонением 2 кг. Найдите вероятность того, что следующее взвешивание отличается от математического ожидания не более чем на 100 г.

45. Для изучения ежедневной выручки X (тыс. руб.) водителей маршрутных такси было обследовано $n = 12$ маршрутов. Полученные значения X приведены в таблице.

| | | | | | | | | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| X | 15,2 | 12,8 | 13,5 | 14,9 | 15,6 | 16,0 | 13,7 | 14,1 | 13,2 | 15,0 | 14,5 | 13,9 |

Требуется определить:

а) выборочное среднее \bar{x}_B ;

б) «исправленное» стандартное отклонение $S(x)$;

в) коэффициент вариации $V(x)$ изучаемого признака;

г) полагая, что изменчивость признака X описывается законом нормального распределения, найти доверительный интервал для ожидаемой средней выручки μ одного водителя на уровне надёжности $\gamma = 0,95$.

46. С целью определения рациональной структуры размерного ассортимента детской обуви проведено выборочное обследование определённых групп детского населения и получено распределение количества детей по величине длины стопы X , приведённое в таблице.

| | | | | | | | |
|----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-------|
| Длина стопы X (мм) | 170-175 | 175-180 | 180-185 | 185-190 | 190-195 | 195-200 | Итого |
| Количество детей | 5 | 18 | 59 | 61 | 32 | 21 | 196 |

Требуется:

1) Постройте гистограмму относительных частот для наблюдаемых значений признака X ;

2) Определите выборочное среднее \bar{x}_B ;

3) Определите стандартное отклонение σ_B ;

4) Определите коэффициент вариации $V(x)$;

5) Полагая, что изменчивость величины признака X в пределах рассматриваемой группы детей описывается законом нормального распределения, найдите:

а) доверительный интервал для ожидаемого среднего значения a длины стопы у детей рассматриваемой группы на уровне надёжности $\gamma = 0,9282$;

б) вероятность P того, что величина признака X у выбранного наугад ребёнка такого возраста окажется в пределах от $\alpha = 195$ мм до $\beta = 200$ мм.

2.3.6 Задания для контрольной работы

Контрольная работа № 1. Предел и непрерывность функции

Вариант № ____

Найдите пределы функций.

1. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 + 7x - 15}{x^2 + 2x - 15}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x^2 - 3x}$.

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{4x+5}$.

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\operatorname{tg} 4x}$.

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x)$.

Критерии оценки: правильность выполнения заданий оценивается в баллах. Задания 1, 2, 4 и 5 оцениваются в баллах от 0 до 2, задание 3 – от 0 до 1 включительно.

Контрольная работа № 2. Производная и дифференциал

Вариант № ____

Найдите производные.

1. $y = \frac{1}{x^4} - \frac{4}{\sqrt[4]{x}} + x\sqrt{x}$.

2. $y = \frac{x^2 - 5x - 1}{x^3}$.

3. $y = 3^{\frac{1}{\sin x}} + \operatorname{tg} 3^x$.

4. $y = \sqrt{\frac{x}{2}} - \sin \frac{x}{2}$.

5. $y = \ln^2 x + \sin^2 x$.

Критерии оценки: правильность выполнения каждого задания оценивается в баллах от 0 до 2 включительно.

Контрольная работа № 3. Неопределённый интеграл

Вариант № ____

Найдите неопределённые интегралы.

1. $\int \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x} dx$.

2. $\int \frac{dx}{(3x+2)^3}$.

3. $\int \frac{5^x dx}{\sqrt{25^x - 1}}$.

4. $\int (x^2 - x) \ln x dx$.

Критерии оценки: правильность выполнения каждого задания оценивается в баллах от 0 до 2 включительно.

Контрольная работа № 4. Вероятность случайного события

Вариант № ____

1. Токарь за смену изготовил партию из 25 втулок первого сорта и 5 втулок второго сорта. Из партии для контроля случайным образом отбирается 10 втулок. Найдите вероятность того, что среди отобранных деталей две – второго сорта.

2. Покупатель может приобрести нужный ему товар в двух магазинах. Вероятность обращения в первый магазин равна 0,4, а во второй – 0,6. Вероятность того, что к приходу покупателя в магазине есть нужный ему товар равна 0,5 для первого магазина и 0,3 – для второго магазина. Покупатель приобрел нужный ему товар. Какова вероятность того, что покупатель приобрел нужный ему товар в первом магазине?

Критерии оценки: правильность выполнения каждого задания оценивается в баллах от 0 до 2 включительно.

Контрольная работа № 5. Случайные величины

Вариант № ____

Задание 1. Закон распределения дискретной случайной величины X задан таблично:

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 14 | 18 | 23 | 28 | 30 |
| P | 0,1 | 0,4 | 0,3 | 0,1 | 0,1 |

Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение данной величины X .

Задание 2. Дана дискретная случайная величина X – число выпадений шестерки при двух бросаниях игральной кости.

Требуется:

- 1) найдите закон распределения данной величины X ;
- 2) постройте многоугольник распределения вероятностей данной величины X ;
- 3) составьте функцию распределения вероятностей данной величины X и постройте ее график;
- 4) вычислите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение данной величины X .

Задание 3. Дана функция распределения вероятностей непрерывной случайной величины X :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{x^3}{8} & \text{при } 0 \leq x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Требуется:

- 1) найдите плотность распределения вероятностей $f(x)$;
- 2) постройте графики функций $F(x)$ и $f(x)$;
- 3) вычислите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение данной величины X .

Задание 4. Валик, изготовленный автоматом, считается стандартным, если отклонение его диаметра от проектного размера не превышает 2 мм. Случайные отклонения диаметров валиков подчиняются нормальному закону со средним квадратическим отклонением 1,6 мм и математическим ожиданием, равным 0. Сколько стандартных валиков (в %) изготавливает автомат?

Критерии оценки: правильность выполнения заданий оценивается в баллах. Задания 1, 4 оцениваются в баллах от 0 до 2, задания 2, 3 – от 0 до 3.

Контрольная работа № 6. Элементы математической статистики

Вариант № ____

Задание 1. Дано статистическое распределение некоторого признака X :

| | | | | | | | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| X | 16,2 | 17,1 | 14,5 | 18,0 | 17,9 | 15,5 | 14,8 | 16,3 | 17,3 | 16,7 | 15,2 |

Требуется:

- 1) найдите выборочное среднее \bar{x}_B данного признака X ;
- 2) найдите «исправленное» стандартное отклонение $S(x)$ данного признака X ;
- 3) найдите коэффициент вариации $V(x)$ данного признака X ;
- 4) полагая, что изменчивость признака X описывается законом нормального распределения, найдите доверительный интервал для среднего значения a на уровне надёжности $\gamma = 0,99$.

Задание 2. В результате эксперимента получены данные (объем равен 50) некоторого признака X , записанные в виде первичного ряда: 16,8; 17,9; 21,4; 14,1; 19,1; 18,1; 15,1; 18,2; 20,3; 16,7; 19,5; 18,5; 22,5; 18,4; 16,2; 18,3; 19,1; 21,4; 14,5; 16,1; 21,5; 14,9; 18,6; 20,4; 15,2; 18,5; 17,1; 22,4; 20,8; 19,8; 17,2; 19,7; 16,3; 18,7; 14,4; 18,8; 19,5; 21,6; 15,3; 17,3; 22,8; 17,4; 22,2; 16,5; 21,7; 15,4; 21,3; 14,3; 20,5; 16,4.

Требуется:

- 1) запишите данные в виде вариационного ряда;
- 2) составьте интервальный закон распределения, разбив на 5 интервалов;

- 3) постройте гистограмму частот интервального закона распределения;
- 4) найдите выборочную среднюю и «исправленную» выборочную дисперсию;
- 5) полагая, что изменчивость величины признака X описывается законом нормального распределения, найти:

а) доверительный интервал для ожидаемого среднего значения a на уровне надёжности $\gamma = 0,9722$;

б) вероятность P того, что величина признака X окажется в пределах от $\alpha = 18,5$ до $\beta = 20,5$.

Критерии оценки: правильность выполнения заданий оценивается в баллах. Задание 1 оценивается в баллах от 0 до 4, задание 2 – от 0 до 6.

2.3.7 Методика проведения лекции-беседы

Лекция-беседа - диалогический метод изложения и усвоения учебного материала. Лекция-беседа позволяет с помощью системы вопросов, умелой их постановки и искусного поддержания диалога воздействовать как на сознание, так и на подсознание обучающихся, научить их самокоррекции. Проведение лекции-беседы предполагает наличие определенного объема знаний об изучаемом материале и связи с ним. Лекция-беседа помогает побудить обучающихся к актуализации имеющихся знаний, вовлечь их в процесс самостоятельных размышлений, в эвристический, творческий процесс получения новых знаний; способствует активизации познавательной деятельности, вовлекает в максимальный мыслительный поиск, с целью разрешения противоречий, подводит к самостоятельному формированию выводов и обобщений, создает условия для оперативного управления процессом познания.

По назначению в учебном процессе выделяют следующие виды лекции-беседы:

- вводные или вступительные (организующие);
- сообщения новых знаний;
- закрепляющие.

Вводная лекция-беседа проводится в начале лекционного занятия. С ее помощью обеспечивается психологическая настройка обучающихся на восприятие и усвоение нового материала. Беседа способствует пониманию значения предстоящей работы, формирует представления о ее содержании, специфике и особенностях.

Сообщения новых знаний. Строится в форме вопросов и ответов преимущественно при анализе прочитанных текстов, запоминании ответов (катехизическая); способствует подведению обучающихся за счет умело поставленных вопросов, имеющихся знаний и жизненного опыта, к усвоению новых знаний, формулированию понятий, решению задач; создает субъективное впечатление, что обучающийся сам сделал открытие, проделал путь от практики к научной истине.

Закрепляющие лекции-беседы применяются для закрепления, обобщения и систематизации знаний.

Эффективность беседы зависит от тщательной подготовки преподавателя, продуманности и профессиональной формулировки вопросов в четкой постановке, их логической последовательности. Вопросы должны развивать все виды мышления, обеспечивать логическую форму мышления (весь спектр мыслительных действий), соответствовать уровню развития обучающихся; со стороны обучающихся ответы должны быть осознанными и аргументированными, полными, точными, ясными, правильно сформулированными.

Цель: путем постановки тщательно продуманной системы вопросов по заданной теме достижение понимания обучающимися нового материала или проверка усвоения ими уже изученного материала.

Задачи:

- изучение вопросов по заданной теме или закрепление изученного материала;
- развитие умений обучающихся структурировать и систематизировать материал, сопоставлять различные источники, обобщать материал, делать выводы;
- развитие навыков обучающихся по выработке собственной позиции по изучаемым проблемам.

Методика проведения лекции-беседы:

- назначение секретаря лекции-беседы, его инструктаж по выполняемым функциям;
- объявление критерий оценки;
- проведение беседы по заранее подготовленным преподавателем вопросам;
- подведение итогов беседы и оценка участников беседы по материалам, переход к информационной лекции.

2.3.8 Методика организации работы в малых группах

Работа в малых группах - это одна из самых популярных стратегий, так как она дает всем обучающимся (в том числе и стеснительным) возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения (в частности, умение активно слушать, вырабатывать общее мнение, разрешать возникающие разногласия). Все это часто бывает невозможно в большом коллективе. При организации групповой работы, следует обращать внимание на следующие ее аспекты. Нужно убедиться, что обучающиеся обладают знаниями и умениями, необходимыми для выполнения группового задания. Нехватка знаний очень скоро даст о себе знать - обучающиеся не станут прилагать усилий для выполнения задания. Надо стараться сделать свои инструкции максимально четкими. Надо предоставлять группе достаточно времени на выполнение задания.

При работе в малой группе обучающиеся могут выполнять следующие роли:

- фасилитатор (посредник-организатор деятельности группы);
- регистратор (записывает результаты работы);
- докладчик (докладывает результаты работы группы);
- журналист (задает уточняющие вопросы, которые помогают группе лучше выполнить задание, например те вопросы, которая могла бы задать другая сторона в дискуссии);
- активный слушатель (старается пересказать своими словами то, о чем только что говорил кто-либо из членов группы, помогая сформулировать мысль);
- наблюдатель (должен отмечать признаки определенного поведения, заранее описанного преподавателем, и определять, как члены группы справляются с возникающими по ходу работы проблемами. Отчитываясь перед группой, наблюдатели обязаны представлять свои заметки в максимально описательной и объективной форме);
- хронометрист (следит за временем, отпущенным на выполнение задания) и другие.

Цель: проверка уровня освоения ранее изученного материала и формирование навыков работы в малых группах.

Задачи:

- активизация познавательной деятельности обучающихся;
- развитие навыков самостоятельной профессиональной деятельности: определение ведущих и промежуточных задач, выбор оптимального пути, умение предусматривать последствия своего выбора, объективно оценивать его;
- развитие умений успешного общения (умение слушать и слышать друг друга, выстраивать диалог, задавать вопросы на понимание и т. д.);
- совершенствование межличностных отношений в коллективе.

Методика проведения:

1. Первый этап «Подготовка задания для работы в малых группах». Задания для работы в малых группах разрабатываются либо преподавателем, либо преподавателем совместно с обучающимися.

2. Второй этап «Организационный»:

- объявление темы и цели работы в малых группах;
- объяснение задания для работы в малых группах;
- объявление критерий оценки;
- деление обучающихся на группы;
- назначение ролей в группах.

3. Третий этап «Выполнение задания в группе»:

- высказывание обучающимися мнений по выполнению задания;

– обсуждение результатов и методики выполнения задания обучающимися и принятие плана хода выполнения задания;

– написание протокола малой группы по планированию деятельности при выполнении задания. Протокол должен содержать цель, задачи, методы, назначение ролей и норму времени выполнения задания;

– выполнение задания;

– подготовка отчета по проведенной работе. Отчет должен содержать описание цели, задач, методики выполнения задания, результаты, доказательства и выводы по выполненному заданию, ответственных по ролям и описание выполненных ими функций;

4. Четвертый этап «Подведение итогов работы в малых группах»:

– выступление докладчика с отчетом по работе в малых группах. При докладе отчета можно использовать мультимедийные презентации;

– оценка преподавателем обучающихся.

Деление обучающихся на группы – это важный момент в организации работы в малых группах. Способов деления обучающихся на группы существует множество, и они в значительной степени определяют то, как будет протекать дальнейшая работа в группе, и на какой результат эта группа выйдет.

Способы деления обучающихся на группы:

1. По желанию.

Объединение в группы происходит по взаимному выбору. Задание на формирование группы по желанию может даваться, как минимум, в двух вариантах:

– разделитесь на группы по ... человек.

– разделитесь на ... равные группы.

2. Случайным образом.

Группа, формируемая по признаку случайности, характеризуется тем, что в ней могут объединяться (правда, не по взаимному желанию, а волей случая) обучающиеся, которые в иных условиях никак не взаимодействуют между собой либо даже враждуют. Работа в такой группе развивает у участников способность приспосабливаться к различным условиям деятельности и к разным деловым партнерам.

Этот метод формирования групп полезен в тех случаях, когда перед преподавателем стоит задача научить обучающихся сотрудничеству. В этом случае преподаватель должен обладать достаточной компетентностью в работе с межличностными конфликтами.

Способы формирования «случайной» группы: жребий; объединение тех, кто сидит рядом (в одном ряду, в одной половине аудитории); с помощью импровизированных «фантов» (один из обучающихся с закрытыми глазами называет номер группы, куда отправится обучающийся, на которого указывает в данный момент преподаватель) и т.п.

3. По определенному признаку.

Такой признак задается либо преподавателем, либо любым обучающимся. Так, можно разделить по первой букве имени (гласная – согласная), в соответствии с тем, в какое время года родился (на четыре группы), по цвету глаз (карие, серо-голубые, зеленые) и так далее.

Этот способ деления интересен тем, что, с одной стороны, может объединить обучающихся, которые либо редко взаимодействуют друг с другом, либо вообще испытывают эмоциональную неприязнь, а с другой – изначально задает некоторый общий признак, который сближает объединившихся. Есть нечто, что их роднит и одновременно отделяет от других. Это создает основу для эмоционального принятия друг друга в группе и некоторого отдаления от других (по сути дела – конкуренции).

4. По выбору «лидера».

«Лидер» в данном случае может либо назначаться преподавателем (в соответствии с целью, поэтому в качестве лидера может выступать любой обучающийся), либо выбираться обучающимися. Формирование групп осуществляется самими «лидерами». Например, они по очереди называют имена тех, кого они хотели бы взять в свою группу. Наблюдения показывают, что в первую очередь «лидеры» выбирают тех, кто действительно способен работать и достигать результата.

Иногда даже дружба и личные симпатии отходят на второй план.

В том случае если в аудитории есть явные аутсайдеры, для которых ситуация набора в команду может быть чрезвычайно болезненной, лучше или не применять этот способ, или сделать их «лидерами».

5. По выбору преподавателя.

В этом случае преподаватель создает группы по некоторому важному для него признаку, решая тем самым определенные педагогические задачи. Он может объединить обучающихся с близкими интеллектуальными возможностями, со схожим темпом работы, а может, напротив, создать равные по силе команды. При этом организатор групповой работы может объяснить принцип объединения, а может уйти от ответа на вопросы участников по этому поводу.

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков по дисциплине

3.1 Балльно-рейтинговая система оценки успеваемости по дисциплине

Студенту в ходе изучения дисциплины предоставляется возможность набрать не более 60 баллов за текущую работу в семестре и до 40 баллов, включительно, на зачете.

Результирующая оценка по дисциплине складывается из суммы баллов текущего контроля и промежуточной аттестации в форме зачета. К зачету допускаются студенты, посетившие не менее 30% лекций и практических занятий, с рейтингом не менее 30 баллов по результатам текущего контроля успеваемости. Текущий контроль по лекционному материалу осуществляет лектор. Текущий контроль по практическим занятиям выполняет преподаватель, проводивший эти занятия.

Баллы за текущую работу в каждом семестре по дисциплине складываются из следующих видов деятельности студента.

Нормативы реализации балльно-рейтинговой системы 1 курс, 1 семестр

| № п/п | Деятельность студента для начисления баллов | Количество баллов |
|--------------|--|--------------------------|
| 1 | Посещение лекционных занятий и наличие конспектов лекций | 9 |
| 2 | Выполнение контрольных работ | 45 |
| 3 | Самостоятельная работа студентов | 6 |
| | Всего за семестр (не более) | 60 |