

Приложение 1 к рабочей программе дисциплины  
**«Математика»**

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОЛЖСКИЙ ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ, ПЕДАГОГИКИ И ПРАВА»

Юридический факультет

**Методические указания для обучающихся  
по освоению дисциплины  
«Математика»**

Направление подготовки:  
**44.03.02 Психолого-педагогическое образование**

Направленность (профиль) образовательной программы:  
**Психолого-педагогическое сопровождение образования и  
педагогическая деятельность в дошкольном образовании**

Уровень высшего образования:  
**бакалавриат**

Квалификация выпускника:  
**«бакалавр»**

## **Оглавление**

<b>1. Методические указания для обучающихся по планированию и организации времени, необходимого для освоения дисциплины.....</b>	<b>3</b>
<b>2. Методические указания по работе обучающихся во время проведения лекций .....</b>	<b>3</b>
<b>3. Методические указания для обучающихся по подготовке к практическим занятиям .....</b>	<b>8</b>
<b>4. Методические указания для обучающихся по организации самостоятельной работы .....</b>	<b>24</b>
<b>4.1. Формы самостоятельной работы .....</b>	<b>24</b>
<b>4.2. Методические указания по выполнению контрольной работы и типового расчета.....</b>	<b>25</b>
<b>4.3. Методические указания по написанию реферата .....</b>	<b>25</b>
<b>4.4. Методические указания по оформлению контрольной работы.....</b>	<b>26</b>
<b>4.5. Методические указания по подготовке научного доклада.....</b>	<b>26</b>
<b>4.6. Методические указания по подготовке научной статьи .....</b>	<b>28</b>
<b>4.7. Методические указания по подготовке презентации .....</b>	<b>30</b>
<b>5. Методические указания для обучающихся по организации и проведению обучения в интерактивных формах .....</b>	<b>30</b>

## **1. Методические указания для обучающихся по планированию и организации времени, необходимого для освоения дисциплины**

Объектами изучения в математике являются не реальные явления, а абстрактные логические объекты и структуры, коротко называемые математическими моделями. Математика изучает соотношения между безразмерными элементами математических моделей, количественные и качественные связи между ними.

Серьезное изучение математической дисциплины – это большой труд. Его эффективность, как и всякого труда, во многом зависит от его организации. К сожалению, не существует точных рецептов, как надо изучать различные разделы математики, так как методика преподавания математики есть не наука, а искусство. Перед разработкой методики и выработкой достаточно обоснованных рекомендаций стоят большие сложности, ведь принципы, лежащие в их основе, недоказуемы, а основаны на вере. Поэтому оказывается трудно убедить кого – либо в их целесообразности в связи с разными индивидуальными особенностями восприятия и мышления учащихся. Это, конечно, общая проблема, возникающая в процессе обучения по любой дисциплине.

Специфика, относящаяся к изучению математики, состоит в том, что одни лучше воспринимают понятия при кратком их описании, другие же при обстоятельном всестороннем их описании, одним свойствен подход снизу от частного к общему (индуктивный), другим подход сверху от общего к частному (дедуктивный), одним конструктивный, другим аксиоматический подход, одним логически обоснованный, другим интуитивный, одним аналитический, другим геометрический и т. д. и т. п.

Существенно различна и скорость усвоения информации у различных людей. Более того, именно этим качеством они в основном отличаются друг от друга как учащиеся. Безусловно, все это невозможно учесть, и невозможно создать такой курс лекций или написать такой учебник, чтобы для каждого учащегося они имели оптимальный характер с точки зрения усвоения им изложенного материала.

К сказанному можно добавить, что методика чтения лекций по математике перед аудиторией существенно отличается от методики написания учебника и зависит и от числа слушателей (большая разница, как читать лекцию, если слушателей десять, сто или двести), и от уровня их подготовки, и от многих других причин. Материал для лекционного курса должен быть тщательно отобран так, чтобы он содержал все принципиальное и необходимое, несмотря на его меньший, как правило, по сравнению с учебником объем.

Для студента обычно бывает достаточно сведений, излагаемых на лекции, т. е. студент может и не читать учебников. В этом нет ничего плохого, так как усвоение хорошо изложенных лекций является и прекрасным способом подготовки для работы с книгой.

Общая трудоемкость дисциплины, состоящей из трех, связанных между собой, разделов, составляет 3 зачётные единицы, 108 академических часов: Раздел 1 «Основы дискретной математики», Раздел 2 «Математический анализ», Раздел 3 «Теория вероятностей и математическая статистика». Изучение дисциплины завершается зачетом.

Разделы, состоящие из отдельных тем, изучаются на лекциях, на практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. На лекциях излагается содержание курса с примерами, разъясняющими основные математические понятия и определения. На практических занятиях студенты овладевают методами решения и исследования математических задач на основании теоретических положений дисциплины. Самостоятельная работа состоит из освоения теории, выполнения общих практических заданий и подготовки к написанию контрольных работ.

## **2. Методические указания по работе обучающихся во время проведения лекций**

Преподавателю, ведущему курс, рекомендуется на вводной лекции определить структуру курса, пояснить цели и задачи изучения дисциплины, сформулировать основные вопросы и требования к результатам освоения. При рассмотрении темы важно выделить основные понятия и определения, желательна их визуализация.

В подборе материала к занятиям следует руководствоваться рабочей программой учебной дисциплины, обращая внимание на компетенции, указанные в федеральном государственном образовательном стандарте высшего образования. На первом занятии преподаватель обязан довести до обучающихся требования к текущей и итоговой аттестации, порядок работы в аудитории и нацелить их на проведение самостоятельной работы с учетом количества часов, отведенных на нее учебным планом.

Рекомендуя литературу для самостоятельного изучения, преподаватель должен максимально использовать возможности, предлагаемые библиотекой ВИЭПП, в том числе ее электронными ресурсами, а также делать акцент на привлечение ресурсов Интернет.

Выбор методов и форм обучения может определяться:

- общими целями образования, воспитания, развития и психологической подготовки обучающихся;
- особенностями методики преподавания конкретной учебной дисциплины и спецификой ее требований к отбору дидактических методов;
- целями, задачами и содержанием материала конкретного занятия;
- временем, отведенным на изучение того или иного материала;
- уровнем подготовленности обучающихся;
- уровнем материальной оснащенности, наличием оборудования, наглядных пособий, технических средств;
- уровнем подготовленности и личных качеств самого преподавателя.

Лекции должны давать систематизированные основы научных знаний по дисциплине, концентрировать внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах. Лекции следует излагать в традиционном или в проблемном стиле: ставить вопросы и предлагать подходы к их решению. Необходимо стимулировать активную познавательную деятельность и интерес к дисциплине, формировать творческое мышление, прибегать к противопоставлениям и сравнениям, делать обобщения, активизировать внимание обучаемых путем постановки проблемных вопросов, стимулировать их мыслительную деятельность, раскрывая взаимосвязи между различными явлениями, поощрять дискуссию.

В современных условиях методический арсенал лекции существенно пополнился информационными и техническими средствами обучения, что позволяет разнообразить материал и расширить каналы его передачи, используя лекцию-визуализацию, в результате чего дополнительное качество усвоения теоретического материала достигается за счет применения принципа наглядности в обучении.

В лекции следует широко использовать принцип эвристичности, что позволит более глубоко изучить проблему, поскольку возникающие противоречия легко разрешаются в ходе коллективного обсуждения. Эвристическое изложение материала предполагает постановку проблемных вопросов. Проблемный вопрос содержит в себе диалектическое противоречие, которое и является «пусковым механизмом» процессов мышления, активизирует стремление найти ответ на вопрос (он становится своего рода самостоятельной познавательной задачей).

Проблемная лекция побуждает аудиторию к активному включению в усвоение и обсуждение материала. Нахождение ответов на неоднозначные вопросы стимулирует развитие творческого мышления.

Вопросы, предлагаемые аудитории для размышления, должны побуждать обучаемых использовать имеющиеся знания. В конце лекции необходимо делать выводы и ставить задачи на самостоятельную работу.

Во время лекционных занятий рекомендуется вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на формулировки и категории, раскрывающие суть того или иного явления или процессов, научные выводы и практические рекомендации.

#### **Тематика лекционных занятий**

##### **Лекция 1. Теория множеств.**

*Вопросы:*

1. Понятие множества. Способы задания множеств.

2. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера. Свойства операций над множествами. Мощность множества. Числовые множества. Декартово произведение множеств.

3. Основные формулы комбинаторики.

*Ключевые понятия:* понятие множества, пустое, конечное и бесконечное множество, 2 способа задания множеств, подмножество множества, пересечение множеств, объединение множеств, дополнение множества, разность множеств, диаграммы Эйлера, свойства операций над множествами, мощность множества, числовые множества, декартово произведение двух множеств, правило суммы и произведения, размещения, перестановки и сочетания.

### **Лекция 2. Математическая логика.**

*Вопросы:*

1. Высказывания. Простые и составные высказывания.
2. Основные операции над высказываниями. Их свойства.
3. Таблица истинности.

*Ключевые понятия:* высказывание, простое и составное высказывание, истинное и ложное высказывание, отрицание высказывания, конъюнкция двух высказываний, дизъюнкция двух высказываний, импликация двух высказываний, эквиваленция двух высказываний, свойства логических операций над высказываниями, логическая формула. таблица истинности.

### **Лекция 3. Введение в математический анализ.**

*Вопросы:*

1. Определение функции и основные способы её задания. Основные элементарные, сложные и элементарные функции.
2. Основные характеристики функции.
3. Окрестность точки. Предел переменной.
4. Предел функции в точке. Односторонние пределы.
5. Предел функции на бесконечности. Односторонние пределы на бесконечности.
6. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их основные свойства.
7. Формулировки основных теорем о пределах функций. Неопределённости четырёх основных видов.
8. Первый и второй замечательные пределы.

*Ключевые понятия:* множество, конечные и бесконечные промежутки, логические символы, функция, аргумент функции, основные элементарные или простейшие функции, сложная функция, суперпозиция функций, элементарные функции, окрестность точки, радиус окрестности, неограниченно приближается, переменная стремится к пределу, переменная стремится к бесконечности, предел функции в точке, предел слева, предел справа, переменная стремится к бесконечности, предел слева, предел справа, бесконечно малая функция, бесконечно большая функция, пределы арифметических действий над функциями; неопределённости вида  $(0/0)$ ,  $(\infty/\infty)$ ,  $(\infty-\infty)$ ,  $(0\cdot\infty)$ ; раскрытие неопределённости, бесконечно малый аргумент, два замечательных предела, неопределённости вида  $(1^\infty)$ .

### **Лекция 4. Дифференциальное исчисление.**

*Вопросы:*

1. Определение производной, её геометрический и физический смысл.
2. Дифференцируемость и непрерывность функции. Формулы дифференцирования основных элементарных функций.
3. Правила дифференцирования элементарных функций.
4. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
5. Определение монотонных функций. Достаточные условия монотонности.
6. Точки экстремума и экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума.
7. Наибольшее и наименьшее значения функции.
8. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба графика.
9. Асимптоты графика функции.

## 10. План полного исследования функции и построения её графика.

*Ключевые понятия:* приращение аргумента, приращение функции, предел отношения приращения функции к приращению аргумента, производная функции, секущая, касательная, угловой коэффициент касательной, скорость при прямолинейном движении; производная алгебраической суммы функций, производная произведения и частного двух функций, производная сложной функции; главная линейная часть приращения функции, дифференциал аргумента, отношение дифференциала функции к дифференциалу аргумента; постоянные, возрастающие, убывающие функции; точки максимума и точки минимума; стационарные точки и критические точки 1-го рода; график выпуклый, график вогнутый; расположение касательной относительно графика; точки перегиба графика, критические точки 2-го рода; вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика; интервалы монотонности, точки экстремума и экстремумы; интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба; точки пересечения графика с осями координат.

### **Лекция 5. Интегральное исчисление.**

*Вопросы:*

1. Первообразная и неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла.
2. Таблица неопределённых интегралов. Метод непосредственного интегрирования.
3. Метод интегрирования заменой переменной.
4. Метод интегрирования по частям.
5. Определение определённого интеграла как предела интегральной суммы. Теорема существования определённого интеграла.
6. Основные свойства определённого интеграла.
7. Вычисление определённого интеграла.
8. Несобственные интегралы первого рода.
9. Геометрический смысл определённого интеграла.
10. Вычисление площади плоской фигуры.

*Ключевые понятия:* первообразная, неопределённый интеграл как общий вид всех первообразных, переменная интегрирования, подынтегральная функция, таблица интегралов, методы интегрирования, интегральная кривая; формула замены переменной в неопределённом интеграле, метод подстановки, обращение правила дифференцирования произведения двух функций; формула интегрирования по частям для неопределённого интеграла; три группы интегралов, берущихся методом интегрирования по частям; интегральная сумма и её геометрический смысл, предел интегральной суммы; формула Ньютона-Лейбница, формула замены переменной в определённом интеграле, формула интегрирования по частям для определённого интеграла, несобственный интеграл первого рода как интеграл от непрерывной функции по бесконечному промежутку, сходимость и расходимость несобственного интеграла; криволинейная трапеция, геометрический смысл определённого интеграла от неотрицательной функции, формула площади криволинейной трапеции, формула площади плоской фигуры.

### **Лекция 6-7. Случайные события.**

*Вопросы:*

1. Основные понятия теории вероятностей.
2. Алгебра событий: эквивалентные события; противоположные; дополнение; объединение событий; произведение событий; достоверное и невозможное событие.
3. Соотношения между противоположными, достоверными и невозможными событиями.
4. Поле событий. Полная группа событий.
5. Понятие вероятности события.
6. Аксиомы теории вероятностей.
7. Следствия из аксиом теории вероятностей.
8. Классическое и статистическое определения вероятностей.

9. Совместимые и несовместимые события. Теорема сложения вероятностей совместимых событий. Принцип сложения вероятностей несовместимых событий.

10. Определение условной вероятности события. Зависимые и независимые события. Принцип умножения вероятностей зависимых событий. Правило умножения вероятностей независимых событий.

11. Вероятность появления хотя бы одного из событий, независимых в совокупности.

12. Формула полной вероятности и формула Байеса.

*Ключевые понятия:* испытание, случайное, достоверное и невозможное события, противоположное событие, сумма двух событий, произведение двух событий, полная группа событий, степень возможного появления события, вероятность достоверного, невозможного, случайного события, система аксиом теории вероятностей, классическое определение вероятности, относительная частота события, размещения, перестановки и сочетания, совместимые и несовместимые события, теорема сложения вероятностей совместимых событий, принцип сложения вероятностей несовместимых событий, условная вероятность события, зависимые и независимые события, принцип умножения вероятностей зависимых событий, правило умножения вероятностей независимых событий, вероятность появления хотя бы одного из событий, независимых в совокупности, формула полной вероятности и формула Байеса.

### **Лекция 8. Случайные величины.**

*Вопросы:*

1. Понятие дискретной случайной величины.
2. Закон распределения случайной величины.
3. Биномиальное распределение вероятностей дискретной случайной величины.
4. Закон распределения Пуассона вероятностей массовых и редких событий.
5. Числовые характеристики дискретной случайной величины (математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение). Их свойства.
6. Понятие непрерывной случайной величины.
7. Интегральная функция распределения и ее свойства.
8. Дифференциальная функция (плотность) распределения вероятностей и ее свойства.
9. Геометрический и вероятностный смысл дифференциальной функции.
10. Числовые характеристики непрерывной случайной величины (математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение).
11. Нормальный закон распределения.
12. «Правило трех сигм».

*Ключевые понятия:* дискретная случайная величина, таблица распределения дискретной случайной величины, многоугольник распределения дискретной случайной величины, функция распределения вероятностей дискретной случайной величины, схема Бернулли, формула Бернулли, закон распределения Пуассона, среднее число появления события, среднее арифметическое значение и математическое ожидание дискретной случайной величины, центр распределения вероятностей, дисперсия дискретной случайной величины и ее среднее квадратическое отклонение, непрерывная случайная величина, интегральная и дифференциальная функции распределения, вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал, плотность вероятности, взаимосвязь интегральной и дифференциальной функций, кривая распределения непрерывной случайной величины, несобственные интегралы от дифференциальной функции, геометрический и вероятностный смысл дифференциальной функции, математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины, кривая Гаусса, параметры нормального распределения, нормированная кривая Гаусса, интеграл вероятностей и функция Лапласа, «правило трех сигм».

### **Лекция 9. Статистическая обработка данных.**

*Вопросы:*

1. Задачи математической статистики.
2. Общие сведения о выборочном методе.
3. Статистическое распределение выборки.
4. Графическое изображение статистического распределения.
5. Эмпирическая функция распределения.

*Ключевые понятия:* понятие математической статистики, задачи математической статистики, выборочный метод, понятия генеральной и выборочной совокупности, репрезентативность выборки, статистические ряды, построение вариационных рядов, дискретный вариационный ряд, интервальный вариационный ряд, полигон и гистограмма частот, плотность частоты и относительной частоты, мода, размах и медиана вариационного ряда, эмпирическая функция распределения.

### **3. Методические указания для обучающихся по подготовке к практическим занятиям**

1. Чтение конспекта лекций и учебника должно сопровождаться практическим решением и исследованием математических задач на основании теоретических положений дисциплины, для чего рекомендуется завести специальную тетрадь. Если студент видит несколько путей для решения задачи, то он должен сравнить их и выбрать из них самый удобный. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения. Решения задач и примеров следует излагать подробно, обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Ошибочные записи следует не стирать и не замазывать, а зачеркивать. В промежуточных вычислениях не следует вводить приближенные значения корней, логарифмов, числа  $\pi$  и т.п. Чертежи можно выполнять от руки, но аккуратно и в соответствии с данными условиями и указанием масштаба. Если чертеж требует особо тщательного выполнения, например, при графической проверке решения, полученного путём вычислений, то следует пользоваться линейкой, транспортиром и лекалом.

2. Решение каждого задания должно доводиться до окончательного ответа, которого требует условие, и, по возможности, в общем виде с выводом формулы. Затем в полученную формулу подставляют числовые значения (если таковые даны) входящих в нее букв.

3. Полученный ответ следует проверять способами, вытекающими из существа данной задачи. Если, например, решалась задача с конкретным физическим, геометрическим или экономическим содержанием, то полезно прежде всего проверить размерность полученного ответа. Полезно также, если возможно, решить задачу несколькими способами и сравнить полученные результаты.

4. Решение задач определенного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении. Однако следует предостеречь от весьма распространённой ошибки, заключающейся в том, что благополучное решение задач воспринимается студентом как признак хорошего усвоения теории. Правильное решение задачи часто получается в результате применения механически заученных формул и указаний по их использованию без понимания сущности. Можно сказать, что умение решать задачи является необходимым, но явно недостаточным условием хорошего знания теории.

5. Если при решении практических задач у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, он может обратиться к преподавателю для получения от него указаний в виде письменной или устной консультаций. В своих запросах студент должен точно указывать, в чем он испытывает затруднение при решении задачи, каков характер этого затруднения, привести предполагаемый план решения. За консультацией следует обращаться и в случаях, если возникнут сомнения в правильности ответов решаемых задач или в правильности ответов на вопросы для самопроверки.

#### **Тематика практических занятий**

##### **Занятие 1. Теория множеств.**

###### *Вопросы:*

1. Понятие множества. Способы задания множеств.



2. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера. Свойства операций над множествами.

3. Мощность множества.
4. Числовые множества.
5. Декартово произведение множеств.
6. Основные формулы комбинаторики.

*Ключевые понятия:* понятие множества, пустое, конечное и бесконечное множество, 2 способа задания множеств, подмножество множества, пересечение множеств, объединение множеств, дополнение множества, разность множеств, диаграммы Эйлера, свойства операций над множествами, мощность множества, числовые множества, декартово произведение двух множеств, правило суммы и произведения, размещения, перестановки и сочетания.

*Задания:*

1. Назовите три элемента множества:

- а) учебных предметов, изучаемых в начальной школе;
- б) четных натуральных чисел;
- в) четырехугольников.

2. Запишите, используя символы:

- а) Число 14 – натуральное;
- б) Число  $-7,1$  не является целым;
- в) Число 0 – рациональное;
- г)  $\sqrt{7}$  – число действительное.

3. Прочитайте следующие высказывания и укажите среди них верные:

- |                              |                                |                                   |
|------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|
| а) $100 \in \mathbf{N}$ ;    | б) $5,36 \in \mathbf{Q}$ ;     | в) $-7,3 \in \mathbf{R}$ ;        |
| г) $-8 \in \mathbf{Z}$ ;     | д) $102 \notin \mathbf{R}$ ;   | е) $\frac{3}{4} \in \mathbf{N}$ ; |
| ж) $-12 \notin \mathbf{N}$ ; | з) $\sqrt{2} \in \mathbf{Q}$ ; | и) $0 \in \mathbf{N}$ .           |

4. Даны числа: 0; 7;  $-3,8$ ;  $-17$ ; 325;  $\sqrt{5}$ . Установите, какие из них:

- а) натуральные;
- б) целые;
- в) рациональные;
- г) действительные.

5.  $A$  – множество решений уравнения  $x^2 + 1 = 0$ . Верно ли, что  $A$  – пустое множество?

Приведите пример уравнения, множество решений которого состоит из:

- а) одного элемента;
- б) двух элементов;
- в) трех элементов.

6. Запишите множество букв в слове «математика» и множество цифр в записи числа 5125353.

7. Запишите с помощью знака равенства и фигурных скобок предложения:

- а)  $X$  – множество чисел 0, 1, 2, 3, 4, 5;
- б)  $Y$  – множество букв а, б, с.

8. Запишите, используя символы, множество  $P$ , если оно состоит из натуральных чисел:

- а) больших 100, но меньших 200;
- б) меньших 150.

9. Перечислите элементы следующих множеств:

- а)  $A$  – множество нечетных однозначных чисел;
- б)  $B$  – множество натуральных чисел, меньших или равных 20;
- в)  $C$  – множество двузначных чисел, делящихся на 10.

10. Укажите характеристическое свойство элементов множества:

- а) {а, е, ё, и, о, у, э, ю, я, ы};
- б) {78, 76, 74, 72, 70};
- в) {111, 222, 333, 444, 555, 666, 777, 888, 999}.

11. Изобразите на координатной прямой множество решений неравенства, если  $x$  –



г)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{6, 2, 3, 4, 5, 1\}$ .

26. Найдите дополнение множества  $Y$  до множества  $X$ , если:

а)  $X$  – множество точек прямой  $AB$ ,  $Y$  – множество точек отрезка  $AB$ ;

б)  $X$  – множество точек квадрата,  $Y$  – множество точек круга, вписанного в этот квадрат;

в)  $X$  – множество прямоугольников,  $Y$  – множество квадратов.

27.  $A$  – множество натуральных чисел, кратных 7,  $B$  – множество натуральных чисел, кратных 3,  $C$  – множество четных натуральных чисел. Из каких чисел состоят множества:

а)  $(A \cap B) \setminus C$ ;

б)  $(A \cup B) \setminus C$ ;

в)  $A \cap C \setminus B$ ;

г)  $C \cup B \setminus A$ ?

28. Перечислите элементы декартова произведения  $A \times B$ , если:

а)  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{b, k, l\}$ ;

б)  $A = B = \{a, b, c\}$ ;

в)  $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \emptyset$ .

29. Проверьте справедливость равенства  $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$  для множеств  $A = \{3, 5, 7\}$ ,  $B = \{7, 9\}$ ,  $C = \{0, 1\}$ .

30. Какую фигуру образуют точки, если их абсциссы принадлежат множеству  $[-2; 2]$ , а ординаты – множеству  $[-3; 3]$ ?

31. Изобразите в прямоугольной системе координат множество  $A \times B$ , если:

а)  $A = [-2; 2]$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ ;

б)  $A = [-2; 2]$ ,  $B = \{2; 4\}$ ;

в)  $A = \mathbf{R}$ ,  $B = [2; 4]$ .

32. Школьники из Волгограда собрались на каникулы поехать в Москву, посетив по дороге Нижний Новгород. Из Волгограда в Нижний Новгород можно отправиться на теплоходе или поезде, а из Нижнего Новгорода в Москву – на самолете, теплоходе или автобусе. Сколькими различными способами могут ребята осуществить свое путешествие? Назовите все возможные варианты этого путешествия.

33. Сколько трехзначных чисел можно составить из трех различных, не равных нулю цифр?

34. Сколько всевозможных четырехзначных чисел можно составить, используя для записи цифры 1, 2, 3 и 4? Какова разность между самым большим и самым маленьким из них?

38. Из цифр 0, 1, 2, 3, 4 составляют всевозможные пятизначные числа, причем так, что в записи каждого числа содержатся все данные цифры. Сколько можно составить таких чисел? Чему будет равна разность между наибольшим и наименьшим из полученных чисел?

40. Покажите, что в следующих задачах рассматриваются сочетания и найдите число сочетаний:

а) Сколькими способами можно выбрать из 6 человек комиссию, состоящую из трех человек?

б) Сколькими способами можно выбрать 3 цветных ручки из 6 различных цветных ручек?

42. 15 человек сыграли друг с другом по одной партии в шахматы. Сколько было сыграно партий?

44. Решите следующие задачи, используя формулы:

а) Сколько словарей необходимо переводчику, чтобы он мог переводить непосредственно с любого из четырех языков – русского, английского, немецкого и французского – на любой другой из этих языков?

б) Государственные флаги некоторых стран состоят из трех горизонтальных полос разного цвета. Сколько различных вариантов флагов с белой, синей и красной полосами можно составить?

в) Мальчик выбрал в библиотеке 5 книг. По правилам библиотеки одновременно можно взять только 2 книги. Сколько у мальчика вариантов выбора двух книг из пяти?

г) Четыре друга собрались на футбольный матч. Но им удалось купить только 3 билета. Из скольких вариантов им надо выбрать тройку счастливых? Как осуществить выбор, чтобы у всех ребят были равные шансы попасть на матч?

д) В классе 3 ученика хорошо поют, 2 других играют на гитаре, а еще 1 умеет показывать фокусы. Сколькими способами можно составить концертную бригаду из певца, гитариста и фокусника?

е) Задача Леонарда Эйлера. Трое господ при входе в ресторан отдали швейцару свои шляпы, а при выходе получили их обратно. Сколько существует вариантов, при которых каждый из них получит чужую шляпу?

ж) Имеется ткань двух цветов: голубая и зеленая, и требуется обить диван, кресло и стул. Сколько существует различных вариантов обивки этой мебели?

## **Занятие 2. Математическая логика.**

### *Вопросы:*

1. Высказывания.
2. Простые и составные высказывания.
3. Основные операции над высказываниями. Их свойства.
4. Таблица истинности.

*Ключевые понятия:* высказывание, простое и составное высказывание, истинное и ложное высказывание, отрицание высказывания, конъюнкция двух высказываний, дизъюнкция двух высказываний, импликация двух высказываний, эквиваленция двух высказываний, свойства логических операций над высказываниями, логическая формула. таблица истинности.

### *Задания:*

1. Какие из предложений являются высказываниями? Для высказываний определите, истинны они или ложны:

- 1) Буква «а» – гласная.
- 2) Компьютер был изобретен в середине XIX века.
- 3) Какой длины эта лента?
- 4) Все кошки серые.
- 5) Без труда не вытащишь и рыбку из пруда.
- 6)  $5 \cdot 5 = 25$ .
- 7) Сложите числа 2 и 5.
- 8)  $H + O = H_2O$ .
- 9) Алгоритм – последовательность действий (план).
- 10) Лондон – столица Италии.
- 11) Прослушайте сообщение.
- 12) Число 11 является простым.
- 13) Делайте утреннюю зарядку!
- 14)  $4 + 5 = 10$ .
- 15) Назовите устройство ввода информации.
- 16) Некоторые медведи живут на севере.
- 17) Кто отсутствует?
- 18) Класс – группа объектов с одинаковым набором характеристик.
- 19)  $x + 2 \geq -5$ .
- 20) Если  $D < 0$ , то уравнение не имеет решения.

2. Даны два простых высказывания:  $A$  – «Число 10 – четное» и  $B$  – «Волк – травоядное животное». Составьте из них все возможные составные высказывания и определите их истинность.

3. Запишите следующие высказывания в виде логических выражений:

- 1) Число 17 нечетное и двузначное.
- 2) Неверно, что корова – хищное животное.

3) На уроке информатики студенты выполняли лабораторную работу и сообщали результаты исследований преподавателю.

4) Если число делится на 2, то оно – четное.

5) При замерзании воды выделяется тепло.

6) Если Маша – сестра Саши, то Саша – брат Маши.

7) Компьютер выполняет вычисления, если он включен.

8) Водительские права можно получить тогда и только тогда, когда тебе исполнится 18 лет.

9) На уроке информатики необходимо соблюдать особые правила поведения.

10) Если я куплю яблоки или абрикосы, то приготовлю фруктовый пирог.

4. Какое логическое выражение соответствует высказыванию: «Точка  $x$  принадлежит интервалу  $(a; b)$ »?

1)  $(x < a)$  или  $(x > b)$ ;

2)  $(x > a)$  и  $(x < b)$ ;

3) не  $(x < a)$  или  $(x < b)$ ;

4)  $(x > a)$  или  $(x > b)$ .

5. Для данных логических выражений сформулируйте составные высказывания на обычном языке:

1)  $(y > 1$  и  $y < 3)$  или  $(y < 8$  и  $y > 4)$ ;

2)  $(x = y)$  и  $(x = z)$ ;

3) не  $(x < 0)$  и  $x \leq 10$  или  $y > 0$ ;

4)  $(0 < x)$  и  $(x \leq 5)$  и (не  $(y < 10)$ ).

6. Сформулируйте отрицания следующих высказываний:

1) Эльбрус – высочайшая горная вершина Европы;

2)  $2 \geq 5$ ;

3)  $10 < 7$ ;

4) Все натуральные числа целые;

5) Через любые три точки на плоскости можно провести окружность;

6) Теннисист Кафельников не проиграл финальную игру;

7) Мишень поражена первым выстрелом;

8) Это утро ясное и теплое;

9) Число  $n$  делится на 2 или на 3;

10) Этот треугольник равнобедренный и прямоугольный.

7. По мишени произведено три выстрела. Рассмотрены высказывания  $A_i$  – «Мишень поражена  $i$ -ым выстрелом», где  $i = 1, 2, 3$ . Что означают следующие логические выражения?

1)  $A_1 + A_2 + A_3$ ;

2)  $A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$ ;

3)  $A_1 + A_2 + A_3$ .

8. Найдите значение логических выражений:

1)  $(0 \vee 0) \vee (1 \vee 1)$ ;

2)  $(1 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$ ;

3)  $(0 \& 0) \& (1 \& 1)$ ;

4)  $\neg 1 \& (1 \vee 1) \vee (\neg 0 \& 1)$ ;

5)  $(\neg 1 \vee 1) \& (1 \vee \neg 1) \& (\neg 1 \vee 0)$ .

9. Упростите логическое выражение:

1)  $(A \vee B) \vee \bar{B}$ ;

2)  $(A \& B) \& \bar{B}$ ;

3)  $(A \& B) \& (A \& \bar{B})$ ;

4)  $A \& B \vee \bar{B}$ ;

5)  $\bar{A} \vee \bar{\bar{A}} \& \bar{B}$ ;

6)  $\bar{A} \& \bar{\bar{A}} \vee \bar{B}$ .

10. Составьте таблицы истинности для следующих логических выражений:

1)  $A \& B \vee A$ ;

2)  $\overline{A \vee B} \& (B \vee A)$ ;

3)  $\overline{A \vee B} \& (A \& \overline{B})$ ;

4)  $\overline{A \& B} \leftrightarrow (\overline{A} \vee \overline{B})$ ;

5)  $(A \vee B) \& (\overline{B} \vee A \vee B)$ ;

6)  $(A \vee B) \& (\overline{A} \vee \overline{B})$ .

**Занятие 3-4. Введение в математический анализ.***Вопросы:*

1. Функция. Область определения функции.

2. Раскрытие неопределённости вида  $(0/0)$ , заданной отношением многочленов.3. Раскрытие неопределённостей вида  $(0/0)$ , заданных иррациональными выражениями.4. Раскрытие неопределённостей вида  $(\infty/\infty)$ , заданных отношением многочленов.

5. Первый замечательный предел.

*Ключевые понятия:* определение функции, основные элементарные и сложные функции, область определения сложной функции, теорема о пределах арифметических действий над функциями, предел непрерывной функции, неопределённость вида  $(0/0)$ , критический множитель, правило раскрытия неопределённости вида  $(0/0)$ , разность квадратов двух чисел, выражение сопряжённое данному, критический множитель, теорема о пределе корня, главная часть многочлена, величина обратная бесконечно большой, основные тригонометрические тождества, формулы синуса и косинуса двойного угла, формулы понижения чётной степени синуса и косинуса, формулы перехода к половинному углу.

*Задания:*

1. Найдите область определения функций, заданных формулами:

а)  $y = \frac{3x-1}{5x+6}$ ;

б)  $y = \sqrt{3x-1} + \frac{1}{\sqrt{5-x}}$ ;

в)  $y = \sqrt{2-3x} + \lg x$ ;

г)  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2-3x}}$ ;

д)  $y = \frac{1}{\log_5(1-3x)}$ .

2. Найдите пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-3x+2}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+6}{x^3+8}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$ ;

д)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2-5x-3}{3x^2-4x-15}$ ;

е)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{4x^2-25x+25}{2x^2-15x+25}$ ;

ж)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-6x^2+11x-6}{x^2-3x+2}$ .

3. Найдите пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x}-1}{x}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4}$ .

4. Найдите пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2x+3}{2x^2+3x+4}$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{2x^2+3x+4}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+5}{x^2+3}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2+1)^{50}}{(x+1)^{100}}$ ;

д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{x}$ .

5. Найдите пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{1+x^2}-x)$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1+x^2}-x)$ ;

$$в) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + x + 1});$$

$$д) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x});$$

$$ж) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{3x^2 - 4} - \frac{x^2}{3x + 2} \right);$$

$$г) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{x^2 + x + 1});$$

$$е) \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right);$$

$$з) \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{\sqrt{3+x+x^2}}{x^2-3x+2} - \frac{\sqrt{9-2x+x^2}}{x^2-3x+2} \right).$$

6. Найдите пределы:

$$а) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 5x};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \operatorname{ctg} x);$$

$$д) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} x}{1 - \cos x};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x};$$

$$е) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\sqrt{1-3x^2}-1}.$$

### Занятие 5-6. Дифференциальное исчисление.

*Вопросы:*

1. Нахождение производных с помощью таблицы и правил дифференцирования основных элементарных функций.
2. Производные сложных функций.
3. Дифференциал функции.
4. Уравнение касательной и нормали к графику функции.
5. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
6. Исследование функций и построение графиков.

*Ключевые понятия:* определение производной; таблица производных основных элементарных функций; правила дифференцирования алгебраической суммы, произведения и частного двух функций, суперпозиция двух, трёх и более функций, правило дифференцирования сложной функции, формулы дифференцирования сложных и основных элементарных функций, правила дифференцирования суммы, произведения и частного двух функций, определение дифференциала функции, формула дифференциала функции, правила дифференцирования суммы, произведения, частного и сложной функции, геометрический смысл производной в точке, уравнение прямой, проходящей через данную точку с данным угловым коэффициентом, условие перпендикулярности двух прямых, теорема Вейерштрасса о свойстве функции, непрерывной на отрезке, необходимое условие экстремума функции, область определения и точки разрыва функции, чётность и нечётность функции, вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика, критические точки 1-го рода, интервалы монотонности, точки экстремума и экстремумы функции, критические точки 2-го рода, интервалы выпуклости и вогнутости графика, точки перегиба, точки пересечения графика с осями координат, построение графика функции по её полному исследованию.

*Задания:*

1. Найдите производные функций:

$$1) y = 7x^7 + 3x^2 - 4x - 1;$$

$$3) y = \sqrt[8]{x^3} - 4x^6 + 5 \ln x - 7 \cos x + \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x;$$

$$5) y = 5^x + 6^x + \left(\frac{1}{7}\right)^x;$$

$$7) y = \operatorname{arctg} x - \operatorname{arccotg} x;$$

$$9) y = \sqrt[3]{x} \ln x;$$

$$11) y = \frac{\ln x}{\sin x} + x \operatorname{ctg} x;$$

$$13) y = \frac{x \operatorname{tg} x}{1+x^2}.$$

$$2) y = \sqrt[4]{x^3} + \frac{5}{x^2} - \frac{3}{x^3} + 2;$$

$$4) y = \log_2 x + 3 \log_3 x;$$

$$6) y = \frac{8}{\sqrt[4]{x}} - \frac{6}{\sqrt[3]{x}};$$

$$8) y = x^2 \operatorname{tg} x;$$

$$10) y = x^2 \log_3 x;$$

$$12) y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}};$$

2. Найдите значения производной функции:

а)  $f(x) = \frac{x}{2x-1}$ , найти  $f'(0)$ ,  $f'(2)$ ,  $f'(-2)$ .

б)  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ , найти  $f'(e)$ ,  $f'\left(\frac{1}{e}\right)$ ,  $f'(e^2)$ .

3. Найдите производные функций:

1)  $y = \sin(x^2 + 5x + 2)$ ;

3)  $y = \sin^3 x$ ;

5)  $y = e^{\lg x}$ ;

7)  $y = \frac{1}{2} \arcsin \frac{x^2}{\sqrt{3}}$ ;

9)  $y = \ln \sqrt{\frac{1+2x}{1-2x}}$ ;

11)  $y = x \operatorname{arctg} \sqrt{2x-1} - \frac{\sqrt{2x-1}}{2}$ .

2)  $y = \sqrt{1+5\cos x}$ ;

4)  $y = \ln \sin x$ ;

6)  $y = \ln(x^2 - 3x + 7)$ ;

8)  $y = \ln \frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2}$ ;

10)  $y = x \ln x + \arcsin \sqrt{x}$ ;

4. Найдите дифференциалы функций:

а)  $y = e^{\frac{1}{\cos x}}$ ;

в)  $y = \frac{x+1}{\sqrt{x+1}}$ ;

б)  $y = \arcsin \sqrt{x}$ ;

г)  $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$ .

5. Составьте уравнения касательной и нормали к параболе  $y = x^2$  в точке  $M\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ .

6. При каких значениях  $x$  касательные к графику функции  $y = x^3 - x$  параллельны прямой  $y = x$ ?

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке  $[a; b]$ :

а)  $y = x^2 + \frac{16}{x} - 16$ ;  $x \in [1; 4]$

б)  $y = 4 - x - \frac{4}{x^2}$ ;  $x \in [1; 4]$ .

8. Выполните полное исследование и постройте графики функций:

а)  $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$ ;

б)  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ .

### Занятие 7-8. Интегральное исчисление.

*Вопросы:*

1. Метод непосредственного интегрирования для неопределенного интеграла.

2. Метод замены переменной в интегралах вида  $\int f(\varphi(x)) \cdot \varphi'(x) dx$ .

3. Метод интегрирования по частям для неопределенного интеграла.

4. Вычисление определенного интеграла.

*Ключевые понятия:* первообразная, неопределённый интеграл, таблица основных интегралов, свойства неопределённого интеграла, действия со степенями и корнями, основные тригонометрические тождества, подстановка  $t = \varphi(x)$ , формула интегрирования по частям:  $\int u dv = uv - \int v du$ , три группы интегралов, решаемые по формуле интегрирования по частям, формула Ньютона-Лейбница, вычисление определённого интеграла методом непосредственного интегрирования, методом замены переменной, методом интегрирования по частям.

*Задания:*

1. Применяя метод непосредственного интегрирования, вычислите интегралы:

1)  $\int (x^2 + 3x^3 + x + 1) dx$ ;

2)  $\int \left( x^4 + \sqrt[5]{x} + 3\sqrt{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} \right) dx$ ;

3)  $\int e^x \left( 2 - \frac{e^{-x}}{x^3} \right) dx$ ;

4)  $\int \frac{3 - 2 \operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx$ ;



5)  $\int \frac{x^2}{x^2+1} dx;$

7)  $\int \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} \right) dx;$

9)  $\int \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx.$

2. Вычислите интегралы:

1)  $\int e^{-x^2} x dx;$

3)  $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx;$

5)  $\int \frac{\cos 3x}{\sqrt[3]{3+5\sin 3x}} dx;$

7)  $\int \frac{\sqrt[3]{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx;$

9)  $\int \frac{\sin \frac{1}{x^2}}{x^3} dx.$

6)  $\int \frac{x^2+2}{x^2-1} dx;$

8)  $\int \frac{(\sqrt{x}-1)^3}{x} dx;$

2)  $\int e^{\cos x} \sin x dx;$

4)  $\int \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx;$

6)  $\int \frac{\operatorname{arctg}^2 x}{1+x^2} dx;$

8)  $\int \sqrt[4]{1-6x^5} x^4 dx;$

3. С помощью метода интегрирования по частям вычислите интегралы:

1)  $\int x e^{5x} dx;$

3)  $\int (x+1) \cos 3x dx;$

5)  $\int (4x^3 + 6x - 7) \ln x dx;$

7)  $\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx;$

9)  $\int e^{2x} \cos 3x dx.$

2)  $\int x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx;$

4)  $\int x^2 \sin x dx;$

6)  $\int \ln(x^2 + 2) dx;$

8)  $\int \frac{x dx}{\sin^2 x};$

4. Вычислите интегралы:

1)  $\int_0^2 (3x^2 - 1) dx;$

3)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}};$

5)  $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}};$

7)  $\int_0^{\pi/4} \operatorname{tg}^3 x dx;$

9)  $\int_1^e \ln x dx.$

2)  $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}};$

4)  $\int_0^a x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx;$

6)  $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1};$

8)  $\int_{2\pi}^{3\pi} x \sin x dx;$

**Занятие 9-10. Случайные события.***Вопросы:*

1. Случайные, достоверные и невозможные события.
2. Совместимые и несовместимые события. Полная группа событий.
3. Действия над событиями.
4. Классическое определение вероятности.
5. Основные формулы комбинаторики: правило суммы; правило произведения; определения числа размещений; перестановок и сочетаний.
6. Принцип сложения вероятностей несовместимых событий. Теорема сложения вероятностей совместимых событий.

7. Принцип умножения вероятностей зависимых событий. Правило умножения вероятностей независимых событий.

8. Формула полной вероятности и формула Байеса.

*Ключевые понятия:* случайные, достоверные и невозможные события, совместимые и несовместимые события, полная группа событий, действия над событиями, классическое определение вероятности, комбинаторика, правило суммы, правило произведения, размещения, перестановки, сочетания, совместимые и несовместимые события, принцип сложения вероятностей несовместимых событий, теорема сложения вероятностей совместимых событий, зависимые и независимые события, принцип умножения вероятностей зависимых событий, правило умножения вероятностей независимых событий, формула полной вероятности и формула Байеса.

*Задания:*

1. Укажите достоверные, невозможные и случайные события:

$A$  – рыжий человек носит усы,

$B$  – появление не более 18 очков при бросании трех игральных костей,

$C$  – два попадания при трех выстрелах,

$D$  – наугад составленное число из цифр 1, 2, 3, 7 делится на 3,

$E$  – получение слова «попугай» при случайном наборе букв й, п, г, п, а, у, а,

$F$  – студент сдал зачет по математике,

$G$  – извлеченная карта из колоды карт (36 карт) есть туз крестей.

2. Являются ли несовместимыми следующие события:

а) опыт – бросание двух монет; события:  $A_1$  – появление «орла» на первой монете,  $A_2$  – появление «решки» на второй монете,

б) опыт – два выстрела по мишени; события:  $B_1$  – оба промаха,  $B_2$  – одно попадание,  $B_3$  – два попадания,

в) опыт – вынимание двух карт из колоды карт (36 карт); события:  $C_1$  – появление двух карт черной масти,  $C_2$  – появление туза,  $C_3$  – появление дамы?

3. Образуют ли полную группу следующие события:

а) опыт – бросание двух монет; события:  $A_1$  – появление двух «орлов»,  $A_2$  – появление двух «решек»,

б) опыт – два выстрела в мишень; события:  $B_1$  – оба промаха,  $B_2$  – одно попадание,  $B_3$  – два попадания,

в) опыт – два выстрела по мишени; события:  $C_1$  – хотя бы одно попадание,  $C_2$  – хотя бы один промах?

4. Какие события являются частью других:

$A$  – появление трех очков при бросании игральной кости,

$B$  – появление не более трех очков при бросании игральной кости,

$C$  – появление не более четырех очков при бросании игральной кости?

5. Сформулируйте события, противоположные данным:

$A$  – все студенты нашей группы получают стипендию,

$B$  – среди пяти человек нет ни одного мужчины,

$C$  – из трех задач абитуриент решит хотя бы одну,

$D$  – среди четырех карт все карты разной масти.

6. Три стрелка сделали по одному выстрелу в цель. Пусть события  $A_1, A_2, A_3$  означают соответственно попадание в цель первым, вторым и третьим стрелком. Запишите следующие события:

а) все стрелки попали в цель,

б) ни один стрелок не попал в цель,

в) хотя бы один стрелок попал в цель,

г) в цель попал только первый стрелок,

д) в цель попал только один стрелок.



держит 70% стандартных ламп, второго – 80% и третьего – 90%. В магазин поступает продукция всех трех заводов. Купленная лампа оказалась стандартной. Какова вероятность того, что она была изготовлена на втором заводе?

### Занятие 11-12. Случайные величины.

*Вопросы:*

1. Основные понятия дискретной случайной величины.
2. Схема Бернулли.
3. Биномиальное распределение вероятностей дискретной случайной величины.
4. Закон распределения Пуассона вероятностей массовых и редких событий.
5. Основные числовые характеристики дискретных случайных величин.
6. Интегральная функция распределения и ее свойства.
7. Дифференциальная функция (или плотность) распределения вероятностей и ее свойства.
8. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины.
9. Нормальный закон распределения.
10. «Правило трех сигм».
11. Закон больших чисел.
12. Центральная предельная теорема Ляпунова.

*Ключевые понятия:* дискретная случайная величина, закон распределения дискретной случайной величины, многоугольник распределения вероятностей дискретной случайной величины, функция распределения вероятностей дискретной случайной величины, схема Бернулли, формула Бернулли, закон распределения Пуассона, среднее число появления события, математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины, непрерывная случайная величина, интегральная и дифференциальная функции распределения, вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал, плотность вероятности, взаимосвязь интегральной и дифференциальной функций, кривая распределения непрерывной случайной величины, математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины, кривая Гаусса, параметры нормального распределения, нормированная кривая Гаусса, интеграл вероятностей и функция Лапласа, «правило трех сигм», закон больших чисел, центральная предельная теорема Ляпунова.

*Задания:*

1. Найдите  $k$ , если дискретная случайная величина задана законом распределения:

$X$	1	3	6	8
$P$	0,2	0,1	0,4	$k$

2. Дан таблично закон распределения вероятностей дискретной случайной величины:

$X$	1,1	1,4	1,7	2,1	2,5
$P$	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

Постройте многоугольник распределения вероятностей, найдите функцию распределения и постройте ее график.

3. Дискретная случайная величина  $X$  имеет закон распределения вероятностей:

$X$	0	5	10	15	20	25	30
$P$	0,15	0,07	0,22	0,05	0,3	0,08	0,13

Найдите следующие вероятности:

- а)  $P(X < 10)$ ,
- б)  $P(15 \leq X < 30)$ ,
- в)  $P(5 \leq X < 25)$ .

4. Дана функция распределения вероятностей:  $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ 0,3 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$  Составьте

закон распределения вероятностей.

5. Дискретная случайная величина биномиально распределена с параметрами  $n = 2$  и  $p = 0,4$ . Составьте закон распределения этой случайной величины.

6. Составьте закон распределения числа попаданий в корзину при двух трехочковых бросках, если вероятность попадания при одном броске равна  $0,7$ .

7. В течение часа коммутатор получает в среднем  $90$  вызовов. Считая, что число вызовов на любом отрезке времени распределено по закону Пуассона, составьте закон распределения случайной величины  $X$  – числа вызовов, поступающих на коммутатор в течение  $4$ -х минут.

8. Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины, заданной законом распределения:

$X$	$-2$	$3$	$4$
$P$	$0,2$	$0,7$	$0,1$

9. Инвестор владеет акциями некоторой компании. По характеристикам возможных ставок доходности и вероятности их достижения рассчитайте математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение доходности:

Доходность	$-0,1$	$0$	$0,1$	$0,2$	$0,3$
Вероятность	$0,1$	$0,25$	$0,4$	$0,2$	$0,05$

10. Найдите математическое ожидание дискретной случайной величины  $Z = X + 2Y - 3$ , если  $M(X) = 5$ ,  $M(Y) = 3$  и дискретные случайные величины  $X$  и  $Y$  являются независимыми.

11. Дискретные случайные величины  $X$  и  $Y$  являются независимыми. Найдите дисперсию дискретной случайной величины  $Z = 2X - Y + 5$ , если  $D(X) = 5$ ,  $D(Y) = 9$ .

12. Дискретная случайная величина  $X$  принимает три значения:  $x_1 = 1$ ,  $x_2$  и  $x_3$ , причем  $x_1 < x_2 < x_3$ . Вероятность того, что  $X$  примет значения  $x_1$  и  $x_2$ , соответственно равны  $0,3$  и  $0,2$ . Математическое ожидание этой величины равно  $2,2$ , а дисперсия равна  $0,76$ . Составьте закон распределения вероятностей дискретной случайной величины  $X$ .

13. Непрерывная случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения

вероятностей: 
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1, \\ \frac{x+1}{3} & \text{при } -1 < x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$
 Постройте график этой функции и найдите ве-

роятность того, что в результате испытания случайная величина  $X$  примет значение, заключенное в интервале  $(0; 1)$ .

14. При каком значении параметра  $a$  функция  $f(x) = \begin{cases} ax & \text{при } x \in [0; 2], \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$  явля-

ется плотностью вероятности некоторой непрерывной случайной величины  $X$ ?

15. Непрерывная случайная величина задана интегральной функцией распределения

вероятностей: 
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{2x^2 + 3x}{5} & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$
 Найдите дифференциальную функцию рас-

пределения вероятностей  $f(x)$ . Постройте графики функций  $F(x)$  и  $f(x)$ .

16. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq \frac{\pi}{4}, \\ 2 \sin 2x & \text{при } \frac{\pi}{4} < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{при } x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$
 Найдите ее интегральную функцию распределения веро-

ятностей  $f(x)$ . Постройте графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

17. Непрерывная случайная величина  $X$  задана дифференциальной функцией распре-

деления вероятностей:  $f(x) = \begin{cases} -\frac{3x^2}{4} + \frac{9x}{2} - 6 & \text{при } x \in (2; 4), \\ 0 & \text{при } x \notin (2; 4). \end{cases}$  Найдите  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ .

18. Нормально распределенная случайная величина  $X$  задана дифференциальной функцией  $f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{18}}$ . Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

19. Срок безотказной работы телевизора представляет собой непрерывную случайную величину с параметрами  $a = 12$  и  $\sigma = 3$ . Найдите вероятность того, что телевизор проработает от 6 до 9 лет.

20. На станке изготавливают шарики для подшипников. Номинальный диаметр шарика 5 мм. Фактический размер диаметра шарика вследствие изношенности оборудования представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону с математическим ожиданием 5 мм и средним квадратическим отклонением 0,05 мм. Найдите процент брака, если при контроле бракуются все шарики, диаметр которых отклоняется от номинального по абсолютной величине больше, чем на 0,1 мм.

21. Диаметр труб одной марки можно считать нормально распределенной случайной величиной  $X$  с математическим ожиданием  $M(X) = 2,5$  см и дисперсией  $D(X) = 0,0001$  см<sup>2</sup>. В каких границах можно практически точно гарантировать диаметр данных труб?

### **Занятие 13-14. Статистическая обработка данных.**

*Вопросы:*

1. Статистическое распределение выборки.
2. Графическое изображение статистического распределения.
3. Эмпирическая функция распределения.
4. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей.

*Ключевые понятия:* варианты, вариационный ряд, мода, размах, медиана вариационного ряда, частота, относительная частота, статистический ряд, интервальный статистический ряд, полигон и гистограмма частот (относительных частот), плотность частоты и относительной частоты, эмпирическая функция распределения, генеральное и выборочное среднее, генеральная и выборочная дисперсия, генеральное и выборочное среднее квадратическое отклонение, «исправленная» дисперсия, «исправленное» среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, среднее квадратическое отклонение выборочной средней от генеральной средней.

*Задания:*

1. В результате тестирования группа абитуриентов набрала баллы: 5, 3, 0, 1, 4, 2, 5, 4, 1, 5. Запишите полученную выборку в виде: а) вариационного ряда; б) статистического ряда.
2. Для задачи 1 для вариационного ряда найдите: а) размах; б) медиану; в) моду.
3. Для задачи 1 постройте эмпирическую функцию распределения.
4. Для задачи 1 постройте полигон частот и полигон относительных частот.
5. Измерили рост (с точностью до см) у 30 наудачу отобранных студентов. Результаты измерения таковы: 178, 160, 154, 183, 155, 153, 167, 186, 163, 155, 157, 175, 170, 166, 159, 173, 182, 167, 171, 169, 179, 165, 156, 179, 158, 171, 175, 173, 164, 172. Постройте интервальный статистический ряд.
6. Для задачи 5 постройте гистограмму частот и гистограмму относительных частот.
7. Изучается случайная величина – число выпавших очков при бросании игральной кости. Кость бросили 60 раз. Получены следующие результаты: 3, 2, 5, 6, 6, 1, 4, 6, 4, 6, 3, 6, 4, 2, 1, 5, 3, 1, 6, 4, 5, 4, 2, 2, 4, 2, 6, 3, 1, 5, 6, 1, 6, 6, 4, 2, 5, 4, 3, 6, 4, 1, 5, 6, 3, 2, 4, 4, 5, 2, 5, 6, 2, 3, 5, 4, 1, 2, 5, 3. Что в данном опыте-наблюдении представляет генеральную совокупность? Перечислите элементы этой совокупности. Что представляет собой выборка? Приведите 1-2 реализации выборки.

8. На телефонной станции производились наблюдения за числом неправильных соединений в минуту. Результаты наблюдений в течение часа представлены в виде статистического распределения:

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6
$n_i$	8	17	16	10	6	2	1

Найдите выборочное среднее, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

9. Сгруппированные значения выборки имеют вид:

Номер интервала	Интервал	Сумма частот
1	[27,5; 29,5)	3
2	[29,5; 31,5)	9
3	[31,5; 33,5)	23
4	[33,5; 35,5)	33
5	[35,5; 37,5)	38
6	[37,5; 39,5)	34
7	[39,5; 41,5)	21
8	[41,5; 43,5)	8
9	[43,5; 45,5]	1

Найдите выборочное среднее, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

### Занятие 15-17. Точечные и интервальные оценки параметров распределения.

*Вопросы:*

1. Точечные оценки параметров распределения.
2. Интервальные оценки параметров распределения.

*Ключевые понятия:* несмещенная и смещенная точечная оценки, эффективная оценка, состоятельная оценка, интервальная оценка, надежность и точность оценки, предельная ошибка выборки, доверительная вероятность, доверительный интервал, коэффициент доверия, предельная ошибка выборки, доверительная вероятность, уровень значимости, уровень надежности.

*Задания:*

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 50$ :

$x_i$	2	5	7	10
$n_i$	16	12	8	14

Найдите несмещенную оценку генеральной средней.

2. По выборке объема  $n = 41$  найдена смещенная оценка  $D_g = 3$  генеральной дисперсии. Найдите несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности.

3. Найдите исправленную выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема  $n = 10$ :

$x_i$	102	104	108
$n_i$	2	2	5

4. Найдите доверительный интервал для оценки с надежностью  $\gamma = 0,99$  неизвестного математического ожидания  $a$  нормально распределенного признака  $X$  генеральной совокупности, если объем выборки  $n = 25$ ,  $\bar{x} = 16,8$  и среднее квадратическое отклонение генеральной совокупности  $\sigma_T = 5$ .

5. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 10$ :

$x_i$	-2	1	2	3	4	5
$n_i$	2	1	2	2	2	1

Оцените с надежностью  $\gamma = 0,95$  математическое ожидание  $a$  нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

6. Найдите минимальный объем выборки, при котором с надежностью  $\gamma = 0,975$  точность оценки математического ожидания  $a$  генеральной совокупности по выборочному сред-

нему равна  $\delta = 0,3$ , если известно среднее квадратичное отклонение  $\sigma_T = 1,2$  генеральной совокупности, распределенной нормально.

7. Каково должно быть число опытов, чтобы с надежностью  $\gamma = 0,95$  точность оценки математического ожидания  $a$  была равна  $\delta = 0,2$ , если среднее квадратическое отклонение  $\sigma = 4$ .

#### **4. Методические указания для обучающихся по организации самостоятельной работы**

Самостоятельная работа обучающихся является важнейшим видом освоения содержания дисциплины, подготовки к практическим занятиям и экзамену. Самостоятельная работа развивает у обучающихся умение учиться, формирует способности к саморазвитию, творческому применению полученных знаний, способам адаптации к профессиональной деятельности в современном мире.

Организация самостоятельной работы обучающихся ориентируется на активные методы овладения знаниями, развитие творческих способностей, переход от поточного к индивидуализированному обучению, с учетом потребностей и возможностей личности.

##### **4.1. Формы самостоятельной работы**

В ходе освоения дисциплины самостоятельная работа студентов организуется в трех взаимосвязанных формах:

- внеаудиторная самостоятельная работа;
- аудиторная самостоятельная работа под непосредственным руководством преподавателя;
- творческая, в том числе научно-исследовательская работа.

Видами внеаудиторной самостоятельной работы студентов являются:

- подготовка к лекциям, практическим (семинарским) занятиям;
- подготовка и написание рефератов, докладов, эссе и других письменных работ на заданные темы;
- выполнение домашних заданий разнообразного характера;
- выполнение индивидуальных заданий, направленных на развитие у студентов самостоятельности и инициативы;
- подготовка к зачету и экзамену.

Аудиторная самостоятельная работа реализуется при проведении практических (семинарских) занятий и во время чтения лекций. При чтении лекционного курса непосредственно в аудитории преподаватель контролирует усвоение материала основной массой студентов путем проведения экспресс-опросов по конкретным темам, тестового контроля знаний и т. д. На практических занятиях различные виды самостоятельной работы студентов позволяют сделать процесс обучения более интересным и поднять активность значительной части студентов в группе. При этом видами аудиторной самостоятельной работы студентов являются:

- написание конспектов;
- выполнение аудиторных индивидуальных заданий;
- самостоятельное решение задач и тестовых заданий;
- написание аудиторного эссе и др.

Видами творческой, в том числе научно-исследовательской работы студентов, являются:

- подготовка к участию в научно-теоретических конференциях, олимпиадах и пр.;
- написание научного доклада, статьи;
- подготовка презентации выступления и т.д.

Пакет заданий для самостоятельной работы выдается студентам в начале семестра, преподавателем определяются предельные сроки их выполнения и сдачи.

В процессе изучения курса необходимо обратить внимание на самоконтроль знаний. С этой целью студент после изучения каждой отдельной темы и затем всего курса по учебнику и дополнительной литературе должен проверить уровень своих знаний с помощью контрольных вопросов.



Для самостоятельного изучения отводятся вопросы, хорошо разработанные в учебных пособиях, научных монографиях и не могут представлять особенных трудностей при изучении.

Для эффективной организации самостоятельной работы обучающихся необходимо:

- последовательное усложнение и увеличение объема самостоятельной работы, переход от простых к более сложным формам (выступление при анализе кейса, подготовка презентации и реферата и т. д);

- постоянное повышение творческого характера выполняемых работ, активное включение в них элементов научного исследования, усиления их самостоятельного характера;

- систематическое управление самостоятельной работой, осуществление продуманной системы контроля и помощи студентам на всех этапах обучения.

#### **4.2. Методические указания по выполнению контрольной работы и типового расчета**

В целях своевременного контроля лучшего усвоения дисциплины и интенсификации самостоятельных занятий студентам очной формы обучения выдаются задания по типовым расчетам. Типовой расчет содержит индивидуальные задания, выполняемые студентами самостоятельно с необходимыми пояснениями решения и указанием используемых теоретических понятий, определений, теорем и формул. Выполнение типового расчета контролируется преподавателем. Предварительно проверяется правильность решения задач. Завершающим этапом является защита типового расчета (возможна в двух вариантах: устном или письменном), во время которой студент должен уметь правильно отвечать на теоретические вопросы, пояснять решения своих задач и уметь решать задачи аналогичного типа.

В процессе изучения математики студент должен выполнить ряд контрольных работ. Рецензии преподавателя на эти работы позволяют студенту судить о степени усвоения им соответствующего раздела курса; указывают на имеющиеся у него пробелы, на желательное направление дальнейшей работы; помогают сформулировать вопросы для консультации с преподавателем.

Рецензирование контрольных работ в системе заочного образования является одной из основных форм руководства самостоятельной работы студентов-заочников и средством контроля выполнения ими учебного плана и усвоения учебного материала в объеме, установленном программой.

В тех случаях, когда выявленные ошибки и недостатки в тексте выполненной контрольной работы настолько серьезны, что могут помешать дальнейшему изучению курса, контрольная работа возвращается студенту для полной или частичной ее переработки.

Повторно выполненная работа рецензируется только в том случае, если к ней приложена ранее не зачтенная работа. При повторном рецензировании работы преподаватель проверяет учтены ли при ее выполнении (исправлении) его указания. Если указания не учтены, то работа снова возвращается студенту для доработки.

Не следует приступать к выполнению контрольной работы или ее исправлению до решения достаточного количества задач по материалу, соответствующему этому заданию. Опыт показывает, что чаще всего неумение решить ту или иную задачу контрольной работы вызывается тем, что студент не выполнил именно это требование.

Если работа выполнена не в соответствии с номером варианта или преподаватель установит, что работа выполнена несамостоятельно, то она возвращается студенту без рецензирования. В этом случае в тетради преподаватель объясняет студенту причины возвращения и предлагает ему выполнить работу в соответствии с установленными правилами.

#### **4.3. Методические указания по написанию реферата**

Для написания реферата студент выбирает одну из тем, исходя из своих интересов к определенным вопросам курса, а также характера и перспектив практической работы. Выбранная тема согласовывается с преподавателем, при этом она может быть более конкретизирована применительно к практическим интересам магистранта. Конкретизация направлена на более глубокую проработку темы в практическом контексте. По объему работа должна составлять 15 – 20 страниц рукописного текста, не считая приложений, 14 шрифт (Times New Roman), полуторный интервал, список литературы не менее 20 источников.

Работа включает в себя: титульный лист, содержание, введение, основную часть, заключение, список литературных источников.

В введении обосновывается актуальность излагаемой проблемы. Здесь дается краткое описание рассматриваемых в работе вопросов по основным разделам. Введение обычно составляет 1 страницу рукописного текста.

В теоретической части основное внимание уделяется критическому обзору литературных источников, раскрывается степень изученности исследуемой проблемы.

В аналитической части работы проводится всесторонний анализ факторов внешней среды, влияющих на проблемное поле, а также анализ внутренних сильных и слабых сторон. При выполнении этой части работы особое внимание необходимо обратить на системность анализа, логичность изложения материала.

Работа должна быть написана литературным языком, грамотно и аккуратно, снабжена научным аппаратом. Сокращения слов, кроме общеупотребительных, не допускаются. Все страницы должны быть пронумерованы.

#### **4.4. Методические указания по оформлению контрольной работы**

Распределение контрольных работ по семестрам сообщается студентам в начале каждого семестра. Контрольные работы выполняются студентами в отдельных тетрадях в клетку 18 листов. На титульном листе тетради студенты указывают название предмета, номер варианта, номер группы и свою фамилию, имя и отчество. Если тетрадь для контрольных работ заканчивается, то студент подписывает новую тетрадь, прикладывая к ней «старую». В контрольной работе задачи можно решать в удобном порядке, записывая их условия и указывая подробные решения. Работа над ошибками выполняется в конце контрольной работы, после рецензии преподавателя. Для каждой задачи, требующей исправлений или доработки, опять записывается условие и приводится подробное решение.

#### **4.5. Методические указания по подготовке научного доклада**

Научный доклад представляет собой исследование по конкретной проблеме, изложенное перед аудиторией слушателей. Это может быть выступление на семинарском занятии, конференции научного студенческого общества («Неделе науки») или в рамках проводимых круглых столов. В любом случае успешное выступление во многом зависит от правильной организации самого процесса подготовки научного доклада.

Работа по подготовке научного доклада включает не только знакомство с литературой по избранной тематике, но и самостоятельное изучение определенных вопросов. Она требует умения провести анализ, способности наглядно представить итоги проделанной работы, и что очень важно — заинтересовать аудиторию результатами своего исследования. Следовательно, подготовка научного доклада требует определенных навыков.

Подготовка научного доклада включает несколько этапов работы:

##### *1. Выбор темы научного доклада*

Подготовка к научному докладу начинается с выбора темы будущего выступления. Практика показывает, что правильно выбрать тему — это значит наполовину обеспечить успешное выступление. Конечно же, определяющую роль в этом вопросе играют интересы, увлечения и личные склонности студента, непосредственная связь темы доклада с будущей или настоящей практической работой (если это студенты вечернего отделения). Определенную помощь при избрании темы может оказать руководитель научного кружка, преподаватель, ведущий семинарское занятие или читающий лекционный курс. И все-таки при выборе темы и ее формулировке необходимо учитывать следующие требования:

1. Тема выступления должна соответствовать Вашим познаниям и интересам. Здесь очень важен внутренний психологический настрой.

2. Не следует выбирать слишком широкую тему научного доклада. Это связано с ограниченностью докладчика во времени. Доклад должен быть рассчитан на 10 – 15 минут. За такой промежуток времени докладчик способен достаточно полно и глубоко рассмотреть не более одного – двух вопросов.

3. Научный доклад должен вызвать интерес у слушателей. Он может содержать какую-либо новую для них информацию или изложение спорных точек зрения различных авторов по освещаемой проблеме.

Студент, приступающий к подготовке научного доклада, должен четко определить ЦЕЛЬ будущего выступления.

Понятно, что до изучения литературы по выбранной теме довольно сложно сформулировать конкретную цель своего исследования. В этом случае необходимо обозначить общую цель или целевую установку. Конкретная целевая установка дает направление, в котором будет работать докладчик, помогает осознано и целенаправленно подбирать необходимый материал.

## *II. Подбор материалов*

Работа по подбору материалов для доклада связана с изучением литературы.

Изучение литературы по выбранной теме желательно начинать с просмотра нескольких учебников. Это позволит получить общее представление о вопросах исследования. Дальнейший поиск необходимой информации предполагает знакомство с тремя группами источников. Первая группа включает монографии, научные сборники, справочники. Ко второй группе относятся материалы периодической печати – журнальные и газетные статьи. К третьей ресурсы Интернет. Материалы официального характера из Интернет должны браться только из официальных сайтов (информация на других сайтах может быть устаревшей). Прямой перенос в работу текстовых фрагментов из Интернет (кроме коротких цитат классических работ по теме) запрещен. Именно в двух последних группах в основном содержатся новые сведения и факты, приводятся последние цифровые данные.

## *III. Составление плана доклада*

После того, как работа по подбору источников завершена и имеется определенное представление об избранной теме, можно составить предварительный план. При этом необходимо учесть, что предварительно составленный план будет и меняться и корректироваться в процессе дальнейшего изучения темы.

Работу над текстом будущего выступления можно отнести к наиболее сложному и ответственному этапу подготовки научного доклада. Именно на этом этапе необходимо произвести анализ и оценку собранного материала, сформулировать окончательный план.

Приступая к работе над текстом доклада, следует учитывать структуру его построения. Научный доклад должен включать три основные части: вступление, основную часть, заключение.

Вступление представляет собой краткое знакомство слушателей с обсуждаемой в докладе проблемой. Действительно, хотя вступление непродолжительно по времени (всего 2 – 3 минуты), оно необходимо, чтобы пробудить интерес в аудитории и подготовить почву для доклада. Необходимо начать с главной мысли, которая затем займет центральное место. Удачно сформулированные во вступлении несколько фраз способны обеспечить успех всего доклада.

Основная часть является логическим продолжением вопросов, обозначенных автором во введении. Именно в этой части доклада предстоит раскрыть тему выступления, привести необходимые доказательства (аргументы). Для того чтобы правильно построить основную часть своего доклада, необходимо составить ее подробный план. Важность составления такого плана связана с основной задачей автора. Он должен в течение 10 минут, отведенных на основную часть, суметь представить и изложить авторскую точку зрения по обозначенной в теме доклада проблеме. Наличие подробного плана позволяет выполнить эту задачу, дает возможность автору в сжатой форме донести свои идеи до аудитории и уложиться в установленный регламент.

Заключение имеет целью обобщить основные мысли и идеи выступления. Его, как и весь доклад, необходимо подготовить заранее. В заключении можно кратко повторить основные выводы и утверждения, прозвучавшие в основной части доклада. На заключение

можно возложить также функцию обобщения всего представленного докладчиком материала.

#### *IV. Оформление материалов выступления*

Подготовленный доклад и будущее выступление в аудитории направлено на его слуховое восприятие. Устная речь предоставляет оратору дополнительные средства воздействия на слушателей: голос, интонация, мимика, жесты. Однако одновременно следует успешно использовать способность слушателей ВИДЕТЬ.

Автор научного доклада может прекрасно дополнить свое выступление, используя диаграммы, иллюстрации, графики, изображения в презентации.

Но, чтобы использование наглядных пособий произвело предполагаемый эффект, необходимо учитывать следующие правила:

1. целесообразно использовать наглядный материал. Если же необходимость в его демонстрации отсутствует, применение будет только отвлекать внимание слушателей;
2. презентация готовится заранее;
2. изображения, представленные в презентации, должны быть видны всем. Сложным статистическим таблицам следует придать доступную форму диаграмм или графиков;
3. наглядные материалы необходимо демонстрировать аудитории, а не самому себе;
4. тезисы доклада должны быть тесно связаны с изображением наглядных материалов;
5. чтобы не отвлекать внимание аудитории, нужно своевременно переходить к демонстрации других материалов;
6. необходимо делать паузу в выступлении, если аудитория занята рассмотрением наглядных материалов.

#### *V. Подготовка к выступлению*

Подготовив материал для доклада, следует решить вопрос о записях к выступлению: готовить полный текст доклада, составить подробные тезисы выступления или приготовить краткие рабочие записи. Научный доклад представляет собой устное произведение, чтение вслух подготовленного текста недопустимо.

#### **4.6. Методические указания по подготовке научной статьи**

Научная статья – это представление результатов исследования для научной общности. Научная статья обязательно включает элементы нового знания, которые и определяют её значимость. В отдельных случаях научная статья может содержать систематизацию, обобщение уже известных научных данных о процессе, явлении или объекте, на основе которого делаются новые выводы, прогнозы. Такая статья называется обзором научной литературы по определенной проблеме.

Выбор темы исследования неразрывно связан с выбором его объекта. Объект исследования – система, процесс или явление, порождающие проблемную ситуацию и избранные для изучения. Получение знаний об объекте, необходимых для решения конкретной проблемы, поставленной в исследовании, осуществляется посредством изучения результатов целенаправленного научного воздействия на отдельные части объекта, называемые предметами исследования.

Предмет исследования – часть, сторона, свойство, отношение объекта, исследуемые с определенной целью в данных условиях, т.е. это элемент объекта исследования. Предмет исследования является носителем группы или ряда существенных свойств, связей, или признаков изучаемого объекта и служит средством его научного познания.

После обоснования темы, определения объекта и предмета исследования формулируется цель исследования по данной теме. Цель исследования выступает как определенный механизм интеграции различных действий в систему «цель – средство – результат». Цель – заранее осознанный и планируемый результат. Основные элементы, формирующие содержание цели исследования: конечный результат, объект исследования, путь достижения конечного результата.

Задачами исследования называются вопросы, получение ответов на которые необходимо для достижения цели исследования. Как правило, выдвигаются следующие исследовательские задачи:

- выявление сущности, признаков, критериев изучаемого процесса, явления и на этой основе его объяснение, характеристика;
- обоснование основных путей (методов, средств) решения проблемы.

Изучение научной литературы – это важный и длительный процесс, завершающийся написанием окончательного варианта статьи. Он включает ряд этапов: поиск источников; ознакомительное чтение; углубленное, изучающее чтение с выписками в форме конспектов, аннотаций, тезисов, реферирования; использование источников в процессе исследования для объяснения и интерпретации собственных результатов и наблюдений; ссылки на литературу в черновике; написание обзорной части работы; организация библиографического описания к работе и его окончательное редактирование.

Научное обобщение носит особый характер, оно отличается точностью, подчеркнутой логичностью, однозначным выражением мысли, которая строго аргументируется, а ход логических рассуждений акцентируется с помощью специальных средств связи.

Перечислим некоторые языковые средства научного стиля, чтобы вы могли придерживаться их при работе с рукописью:

- слова обобщенной семантики (важность, системность, возрастание, понижение, применение и т.п.);
- термины, характерные для какой-либо науки, и общенаучные понятия (закон, принцип, классификация, информация, вероятность, гипотеза и др.);
- слова, указывающие на закономерный характер описанных явлений (обычно, обыкновенно, всегда, регулярно, всякий, каждый, как правило и т. п.);
- глаголы настоящего времени в обобщенно-отвлеченных значениях (речь ИДЕТ о проблеме..., отсюда СЛЕДУЕТ вывод..., СЛЕДУЕТ заметить, что ..., вычисление (наблюдение) ПРИВОДИТ к следующему результату ..., перейдем к следующему вопросу ..., заключение носит предварительный характер..., из сказанного ранее вытекает..., это дает основание говорить о ..., это говорит о ... и др.);
- глаголы прошедшего и будущего времени используются в значении настоящего времени (мы получим / получили ..., применим ..., используется, выражается, наблюдается и т. п.); чаще используются глаголы несовершенного вида, как более отвлеченно-обобщенные; глаголы же совершенного вида характерны для устойчивых оборотов (докажем, что ..., рассмотрим ..., выведем ...);
- преобладают формы 3-го лица местоимений и глаголов. Авторское «Мы плюс личная форма глагола» употребляется в отвлеченно-обобщенном значении (мы считаем (полагаем, утверждаем..., нами установлено...).
- частотны существительные единственного числа, формы среднего рода у существительных абстрактного значения (движение, количество);
- краткие прилагательные: Пространство однородно и изотропно.

На синтаксическом уровне связь между предложениями осуществляется с помощью повторяющихся существительных и местоимений. Следите, чтобы в близком контексте не повторялись слова ЭТОТ, ЭТО, заменяйте их синонимами. Например, этот → подобный, такой же, указанный выше, данный и т. п. В предложении преобладает прямой порядок слов (подлежащее – сказуемое – дополнения).

После подготовки черновых набросков отдельных разделов необходимо приступить к написанию рукописи статьи в целом. Разделы следует расположить в следующем порядке:

- аннотация;
- введение;
- экспериментальный раздел;
- аналитический/теоретический раздел;
- заключение;

– список использованных источников.

Некоторые из перечисленных выше разделов в конкретной работе могут отсутствовать, а порядок следования разделов может быть иной, что необходимо согласовать с научным руководителем.

Введение может включать следующие компоненты: обоснование и актуальность темы; краткий обзор литературы, характеристика предмета, объекта (объектов), а также методов исследования; выдвигаемая гипотеза; научная новизна работы, ее теоретическая и практическая значимость.

В экспериментальном (исследовательском) разделе дается обоснование и описание методики исследования; приводятся полученные данные, размещается необходимый иллюстративный материал; формулируются выводы и обобщения.

В тексте статьи следует аргументировано выделить то новое и оригинальное, что вносит в разработку проблемы автор статьи. Текст должен обладать некоторым композиционно-сюжетным построением, направленным на последовательное и целенаправленное раскрытие для читателя процесса авторского поиска.

Аналитический или теоретический раздел посвящается анализу полученных экспериментальных результатов; их описанию, интерпретации в рамках существующей теории или представляет оригинальное теоретическое исследование.

Методический раздел может содержать аргументированные практические рекомендации, возможности и особенности использования результатов работы.

Заключение в краткой форме подводит итоги всей работы в виде тезисов или выводов, согласованных с целью и задачами исследования; указывает теоретическую и практическую ценность полученных результатов, их возможное внедрения, намечает дальнейшие перспективы изучения данной проблемы.

#### **4.7. Методические указания по подготовке презентации**

Презентация – это краткое наглядное изложение информации по содержанию работы, представленное посредством программы MS PowerPoint.

Презентация содержит основные положения, выносимые на защиту, графический материал – рисунки, таблицы, алгоритмы и т. п., которые иллюстрируют предмет исследования.

Презентация работы служит для убедительности и наглядности материала, выносимого на защиту, и должна включать в себя следующие разделы:

- титульный лист презентации (1 слайд);
- цель исследования, объект и предмет исследования (1 слайд);
- алгоритм и методика исследования (1 – 2 слайда);
- полученные результаты исследования (2 – 3 слайда);
- основные выводы и предложения (2 – 3 слайда).

Общая структура представленной презентации должна соответствовать структуре доклада.

При создании презентации следует придерживаться следующих рекомендаций:

- шрифт – Times New Roman;
- размер шрифта для заголовков – не менее 32;
- размер шрифта для текста – не менее 28;
- цвет и размер шрифта, форматы рисунков и таблиц должны быть подобраны так, чтобы все надписи, рисунки и таблицы отчетливо просматривались на слайде.

### **5. Методические указания для обучающихся по организации и проведению обучения в интерактивных формах**

I. Лекция-беседа - диалогический метод изложения и усвоения учебного материала. Лекция-беседа позволяет с помощью системы вопросов, умелой их постановки и искусного поддержания диалога воздействовать как на сознание, так и на подсознание обучающихся, научить их самокоррекции. Проведение лекции-беседы предполагает наличие определенного объема знаний об изучаемом материале и связи с ним. Лекция-беседа помогает побудить

обучающихся к актуализации имеющихся знаний, вовлечь их в процесс самостоятельных размышлений, в эвристический, творческий процесс получения новых знаний; способствует активизации познавательной деятельности, увлекает в максимальный мыслительный поиск, с целью разрешения противоречий, подводит к самостоятельному формированию выводов и обобщений, создает условия для оперативного управления процессом познания.

По назначению в учебном процессе выделяют следующие виды лекции-беседы:

- вводные или вступительные (организующие);
- сообщения новых знаний;
- закрепляющие.

Вводная лекция-беседа проводится в начале лекционного занятия. С ее помощью обеспечивается психологическая настройка обучающихся на восприятие и усвоение нового материала. Беседа способствует пониманию значения предстоящей работы, формирует представления о ее содержании, специфике и особенностях.

Сообщения новых знаний. Строится в форме вопросов и ответов преимущественно при анализе прочитанных текстов, запоминании ответов (катехизическая); способствует подведению обучающихся за счет умело поставленных вопросов, имеющихся знаний и жизненного опыта, к усвоению новых знаний, формулированию понятий, решению задач; создает субъективное впечатление, что обучающийся сам сделал открытие, проделал путь от практики к научной истине.

Закрепляющие лекции-беседы применяются для закрепления, обобщения и систематизации знаний.

Эффективность беседы зависит от тщательной подготовки преподавателя, продуманности и профессиональной формулировки вопросов в четкой постановке, их логической последовательности. Вопросы должны развивать все виды мышления, обеспечивать логическую форму мышления (весь спектр мыслительных действий), соответствовать уровню развития обучающихся; со стороны обучающихся ответы должны быть осознанными и аргументированными, полными, точными, ясными, правильно сформулированными.

Цель: путем постановки тщательно продуманной системы вопросов по заданной теме достижение понимания обучающимися нового материала или проверка усвоения ими уже изученного материала.

Задачи:

- изучение вопросов по заданной теме или закрепление изученного материала;
- развитие умений обучающихся структурировать и систематизировать материал, сопоставлять различные источники, обобщать материал, делать выводы;
- развитие навыков обучающихся по выработке собственной позиции по изучаемым проблемам.

Методика проведения лекции-беседы:

- назначение секретаря лекции-беседы, его инструктаж по выполняемым функциям;
- объявление критерий оценки;
- проведение беседы по заранее подготовленным преподавателем вопросам;
- подведение итогов беседы и оценка участников беседы по материалам, переход к информационной лекции.

II. Работа в малых группах - это одна из самых популярных стратегий, так как она дает всем обучающимся (в том числе и стеснительным) возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения (в частности, умение активно слушать, вырабатывать общее мнение, разрешать возникающие разногласия). Все это часто бывает невозможно в большом коллективе. При организации групповой работы, следует обращать внимание на следующие ее аспекты. Нужно убедиться, что обучающиеся обладают знаниями и умениями, необходимыми для выполнения группового задания. Нехватка знаний очень скоро даст о себе знать - обучающиеся не станут прилагать усилий для выполнения задания. Надо стараться сделать свои инструкции максимально четкими. Надо предоставлять группе достаточно времени на выполнение задания.

При работе в малой группе обучающиеся могут выполнять следующие роли:

- фасилитатор (посредник-организатор деятельности группы);
- регистратор (записывает результаты работы);
- докладчик (докладывает результаты работы группы);
- журналист (задает уточняющие вопросы, которые помогают группе лучше выполнить задание, например те вопросы, которая могла бы задать другая сторона в дискуссии);
- активный слушатель (старается пересказать своими словами то, о чем только что говорил кто-либо из членов группы, помогая сформулировать мысль);
- наблюдатель (должен отмечать признаки определенного поведения, заранее описанного преподавателем, и определять, как члены группы справляются с возникающими по ходу работы проблемами. Отчитываясь перед группой, наблюдатели обязаны представлять свои заметки в максимально описательной и объективной форме);
- хронометрист (следит за временем, отпущенным на выполнение задания) и другие.

Цель: проверка уровня освоения ранее изученного материала и формирование навыков работы в малых группах.

Задачи:

- активизация познавательной деятельности обучающихся;
- развитие навыков самостоятельной профессиональной деятельности: определение ведущих и промежуточных задач, выбор оптимального пути, умение предусматривать последствия своего выбора, объективно оценивать его;
- развитие умений успешного общения (умение слушать и слышать друг друга, выстраивать диалог, задавать вопросы на понимание и т. д.);
- совершенствование межличностных отношений в коллективе.

Методика проведения:

1. Первый этап «Подготовка задания для работы в малых группах». Задания для работы в малых группах разрабатываются либо преподавателем, либо преподавателем совместно с обучающимися.

2. Второй этап «Организационный»:

- объявление темы и цели работы в малых группах;
- объяснение задания для работы в малых группах;
- объявление критериев оценки;
- деление обучающихся на группы;
- назначение ролей в группах.

3. Третий этап «Выполнение задания в группе»:

- высказывание обучающимися мнений по выполнению задания;
- обсуждение результатов и методики выполнения задания обучающимися и принятие плана хода выполнения задания;
- написание протокола малой группы по планированию деятельности при выполнении задания. Протокол должен содержать цель, задачи, методы, назначение ролей и норму времени выполнения задания;
- выполнение задания;
- подготовка отчета по проведенной работе. Отчет должен содержать описание цели, задач, методики выполнения задания, результаты, доказательства и выводы по выполненному заданию, ответственных по ролям и описание выполненных ими функций;

4. Четвертый этап «Подведение итогов работы в малых группах»:

- выступление докладчика с отчетом по работе в малых группах. При докладе отчета можно использовать мультимедийные презентации;
- оценка преподавателем обучающихся.

Деление обучающихся на группы – это важный момент в организации работы в малых группах. Способов деления обучающихся на группы существует множество, и они в значительной степени определяют то, как будет протекать дальнейшая работа в группе, и на какой результат эта группа выйдет.



Способы деления обучающихся на группы:

1. По желанию.

Объединение в группы происходит по взаимному выбору. Задание на формирование группы по желанию может даваться, как минимум, в двух вариантах:

– разделитесь на группы по ... человек.

– разделитесь на ... равные группы.

2. Случайным образом.

Группа, формируемая по признаку случайности, характеризуется тем, что в ней могут объединяться (правда, не по взаимному желанию, а волей случая) обучающиеся, которые в иных условиях никак не взаимодействуют между собой либо даже враждуют. Работа в такой группе развивает у участников способность приспосабливаться к различным условиям деятельности и к разным деловым партнерам.

Этот метод формирования групп полезен в тех случаях, когда перед преподавателем стоит задача научить обучающихся сотрудничеству. В этом случае преподаватель должен обладать достаточной компетентностью в работе с межличностными конфликтами.

Способы формирования «случайной» группы: жребий; объединение тех, кто сидит рядом (в одном ряду, в одной половине аудитории); с помощью импровизированных «фантов» (один из обучающихся с закрытыми глазами называет номер группы, куда отправится обучающийся, на которого указывает в данный момент преподаватель) и т.п.

3. По определенному признаку.

Такой признак задается либо преподавателем, либо любым обучающимся. Так, можно разделить по первой букве имени (гласная – согласная), в соответствии с тем, в какое время года родился (на четыре группы), по цвету глаз (карие, серо-голубые, зеленые) и так далее.

Этот способ деления интересен тем, что, с одной стороны, может объединить обучающихся, которые либо редко взаимодействуют друг с другом, либо вообще испытывают эмоциональную неприязнь, а с другой – изначально задает некоторый общий признак, который сближает объединившихся. Есть нечто, что их роднит и одновременно отделяет от других. Это создает основу для эмоционального принятия друг друга в группе и некоторого отдаления от других (по сути дела – конкуренции).

4. По выбору «лидера».

«Лидер» в данном случае может либо назначаться преподавателем (в соответствии с целью, поэтому в качестве лидера может выступать любой обучающийся), либо выбираться обучающимися. Формирование групп осуществляется самими «лидерами». Например, они по очереди называют имена тех, кого они хотели бы взять в свою группу. Наблюдения показывают, что в первую очередь «лидеры» выбирают тех, кто действительно способен работать и достигать результата. Иногда даже дружба и личные симпатии отходят на второй план.

В том случае если в аудитории есть явные аутсайдеры, для которых ситуация набора в команду может быть чрезвычайно болезненной, лучше или не применять этот способ, или сделать их «лидерами».

5. По выбору преподавателя.

В этом случае преподаватель создает группы по некоторому важному для него признаку, решая тем самым определенные педагогические задачи. Он может объединить обучающихся с близкими интеллектуальными возможностями, со схожим темпом работы, а может, напротив, создать равные по силе команды. При этом организатор групповой работы может объяснить принцип объединения, а может уйти от ответа на вопросы участников по этому поводу.